

2019 ~ 2020 学年度
武汉市部分学校新高三起点质量监测

理科数学

武汉市教育科学研究院命制

2019. 9. 6

本试题共 5 页, 22 题。全卷满分 150。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答卷前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号。

3. 非选择题的作答: 用黑色墨水的签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束, 请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, 则 $\complement_{\mathbb{R}} A =$

A. $\{x | -1 < x < 2\}$

B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$

C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$

D. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$

2. 设 $z = \frac{1+i}{1-i} - 2i$, 则 $|z| =$

A. 0

B. 1

C. $\sqrt{5}$

D. 3

3. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\frac{5}{4}$, 则双曲线 E 的焦距为

A. 4

B. 5

C. 8

D. 10

新高三起点理科数学试卷 第 1 页(共 5 页)



扫描全能王 创建

4. 已知 α, β 是两个不重合的平面, 直线 $a \subset \alpha, p: a // \beta, q: \alpha // \beta$, 则 p 是 q 的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知函数 $f(x) = ax \sin x + x \cos x (a \in \mathbb{R})$ 为奇函数, 则 $f(-\frac{\pi}{3}) =$
- A. $-\frac{\pi}{6}$ B. $-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$
6. 已知曲线 $C_1: y = \sqrt{2} \sin 2x, C_2: y = \sin 2x + \cos 2x$, 则下面结论正确的是
- A. 把曲线 C_1 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个长度单位, 得到曲线 C_2
B. 把曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个长度单位, 得到曲线 C_2
C. 把曲线 C_2 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个长度单位, 得到曲线 C_1
D. 把曲线 C_2 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个长度单位, 得到曲线 C_1
7. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - a$. 若 $f(x)$ 没有零点, 则实数 a 的取值范围是
- A. $[0, e)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, e)$ D. $[0, 1)$
8. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点均在球 O 的球面上, $PA = PB = PC = 2$, 且 PA, PB, PC 两两互相垂直, 则球 O 的体积为
- A. $16\sqrt{3}\pi$ B. $8\sqrt{3}\pi$ C. $4\sqrt{3}\pi$ D. $2\sqrt{3}\pi$
9. 圆周率 π 是一个在数学及物理学中普遍存在的数学常数, 它既常用又神秘, 古今中外很多数学家曾研究它的计算方法. 下面做一个游戏: 让大家各自随意写下两个小于 1 的正数, 然后请他们各自检查一下, 所得的两数与 1 是否能构成一个锐角三角形的三边, 最后把结论告诉你, 只需将每个人的结论记录下来就能算出圆周率的近似值. 假设有 n 个人说“能”, 而有 m 个人说“不能”, 那么应用你学过的知识可算得圆周率 π 的近似值为
- A. $\frac{m}{m+n}$ B. $\frac{n}{m+n}$ C. $\frac{4m}{m+n}$ D. $\frac{4n}{m+n}$
10. 已知 P 是椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$ 上任意一点, M, N 是椭圆上关于坐标原点对称的两点, 且直线 PM, PN 的斜率分别为 $k_1, k_2 (k_1 k_2 \neq 0)$, 若 $|k_1| + |k_2|$ 的最小值为 1, 则实数 m 的值为
- A. 1 B. 2 C. 1 或 16 D. 2 或 8



11. 设同时抛掷两个质地均匀的四面分别标有 1, 2, 3, 4 的正四面体一次. 记事件 $A = \{ \text{第一个四面体向下的一面出现偶数} \}$; 事件 $B = \{ \text{第二个四面体向下的一面出现奇数} \}$; $C = \{ \text{两个四面体向下的一面或者同时出现奇数, 或者同时出现偶数} \}$. 给出下列说法:

① $P(A) = P(B) = P(C)$;

② $P(AB) = P(AC) = P(BC)$;

③ $P(ABC) = \frac{1}{8}$;

④ $P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{8}$, 其中正确的有

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

12. 已知 $a = 4\ln 3^\pi$, $b = 3\ln 4^\pi$, $c = 4\ln \pi^3$, 则 a, b, c 的大小关系是

A. $c < b < a$

B. $b < c < a$

C. $b < a < c$

D. $a < b < c$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若 $(2x + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 的展开式中所有项系数和为 81, 则展开式的常数项为 _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} \cdot a_n = a_n - 1$, $a_1 = 2$, 则 $a_{2019} =$ _____.

15. 已知平面向量 a, b, e 满足 $|e| = 1$, $a \cdot e = 1$, $b \cdot e = -1$, $|a - b| = 4$, 则 $a \cdot b$ 的最小值为 _____.

16. 若直线 $y = kx + b$ 是曲线 $y = \ln x$ 的切线, 也是曲线 $y = e^{x-2}$ 的切线, 则 $k =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+2}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos B = c - \frac{1}{2}b$, 且 $a = 2\sqrt{3}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

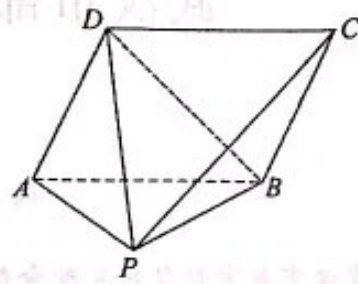


19. (12分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为平行四边形, $BA=BP=BD=AP=2, DA=DP=\sqrt{2}$.

(1) 求证: $PA \perp BD$;

(2) 求二面角 $P-BD-C$ 的余弦值.



20. (12分)

已知动点 P 到直线 $l: x = -2$ 的距离比到定点 $F(1, 0)$ 的距离多 1.

(1) 求动点 P 的轨迹 E 的方程;

(2) 若 A 为(1)中曲线 E 上一点, 过点 A 作直线 l 的垂线, 垂足为 C , 过坐标原点 O 的直线 OC 交曲线 E 于另外一点 B , 证明直线 AB 过定点, 并求出定点坐标.

21. (12分)

武汉又称江城, 是湖北省省会城市, 被誉为中部地区中心城市, 它不仅有着深厚的历史积淀与丰富的民俗文化, 更有着众多名胜古迹与旅游景点, 每年来武汉参观旅游的人数不胜数, 其中黄鹤楼与东湖被称为两张名片. 为合理配置旅游资源, 现对已游览黄鹤楼景点的游客进行随机问卷调查, 若不游玩东湖记 1 分, 若继续游玩东湖记 2 分, 每位游客选择是否游览东湖景点的概率均为 $\frac{1}{2}$, 游客之间选择意愿相互独立.

(1) 从游客中随机抽取 3 人, 记总得分为随机变量 X , 求 X 的分布列与数学期望;

(2) (i) 若从游客中随机抽取 m 人, 记总分恰为 m 分的概率为 A_m , 求数列 $\{A_m\}$ 的前 10 项和;

(ii) 在对所有游客进行随机问卷调查过程中, 记已调查过的累计得分恰为 n 分的概率为 B_n , 探讨 B_n 与 B_{n-1} 之间的关系, 并求数列 $\{B_n\}$ 的通项公式.



22. (12分)

已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{2}\sin x - \frac{m}{2}\ln x + 1$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

(1) 证明: 当 $m=2$ 时, $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有唯一零点;

(2) 若存在 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 \neq x_2$ 时, $f(x_1) = f(x_2)$, 证明: $x_1 x_2 < m^2$.

