2019~2020学年度

武汉市部分学校新高三新起点质量监测

数学(文科)试题参考答案及评分细则

一、选择题:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	B	B	D	C	C	A	A	C	A

二、填空题:

13. 1　　14. -1　　15. $200\sqrt{5}$　　16. -3

三、解答题:

17. (10分)

解:(1)设公差为 d,依题意得 $a_5+a_7=2a_6=22$,即$a_6=11$.　①　　……2分

又 $a_1a_5=a_2$,$\therefore (a_6-5d)(a_6-d)=(a_6-4d)^2$.　②

联立①②,解得 $d=2$ 或 $d=0$(舍).

$\therefore a_1=11-5d=1$.

$\therefore a_n=2n-1$.　　……5分

(2)由(1)知 $b_n=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$,　　……7分

$\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)\right]$

$=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2n+1}\right)=\dfrac{n}{2n+1}$.　　……10分

18. (12分)

解:(1) 2×2 列联表如下:

	选做22题	选做23题	总计
理科人数	500	400	900
文科人数	200	100	300
总计	700	500	1200

……2分

K^2 的观测值 $k=\dfrac{1200\times(200\times400-500\times100)^2}{700\times500\times300\times900}=\dfrac{80}{7}\approx11.42>10.828$,　　……4分

$\therefore$有99%的把握认为"选做题的选择"与"文、理科的科类"有关.　　……6分

(2)全体高三学生第22、23题的平均得分分别为:

$\overline{x_1}=\dfrac{1}{700}(75\times0+75\times3+200\times5+125\times8+225\times10)=\dfrac{4475}{700}\approx6.4$;　　……8分

$\overline{x_2}=\dfrac{1}{500}(35\times0+62\times3+68\times5+65\times8+270\times10)=\dfrac{3746}{500}\approx7.5$;　　……10分

$\because \overline{x_2}>\overline{x_1}$,故以全体高三学生选题的平均得分作为决策依据,应选做第23题.　　……12分

19. (12分)

解:(1)因为 $a\cos B=c-\frac{1}{2}b$，由正弦定理知 $\sin A\cos B=\sin C-\frac{1}{2}\sin B$． ……2分

又 $\sin C=\sin(A+B)$，所以 $\sin A\cos B=\sin(A+B)-\frac{1}{2}\sin B$，

即 $\cos A\sin B=\frac{1}{2}\sin B$. ……4分

$\therefore \cos A=\frac{1}{2}$. $\because 0<A<\pi$，$\therefore A=\frac{\pi}{3}$. ……6分

(2)由 $a=2\sqrt{3}, A=\frac{\pi}{3}$ 及余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，得 $12=b^2+c^2-bc$. ① ……8分

因为 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=2\sqrt{3}$，所以 $bc=8$. ② ……10分

由①②解得 $\begin{cases}b=4,\\c=2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}b=2,\\c=4.\end{cases}$

$\therefore$ $\triangle ABC$的周长$a+b+c=6+2\sqrt{3}$． ……12分

20. (12分)

解:(1)取 AP 中点 O，连接 OB、OD．

由 $DA=DP$，$BA=BP$ 知，

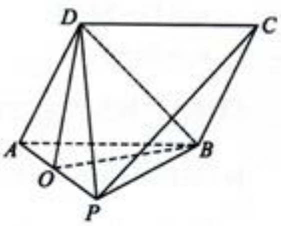
$OB\perp AP$，$OD\perp AP$， ……2分

又$OB\cap OD=O$，

$\therefore AP\perp$平面OBD， ……4分

又 $BD\subset$平面OBD，

$\therefore AP\perp BD$． ……6分



(2)由题 $DA\perp DP$，$\angle ABP=60°$，$BA=BP=BD=2$，

可得 $OD^2+OB^2=1+3=BD^2$，故$OB\perp OD$． ……8分

$\because$点 C 到平面 PBD 的距离等于点 A 到平面 PBD 的距离，

$\therefore$只需求点 A 到平面 PBD 的距离 h．

$\because V_{A-PBD}=V_{D-APB}$，即 $\frac{1}{3}S_{\triangle PBD}\cdot h=\frac{1}{3}S_{\triangle APB}\cdot OD$， ……10分

$$\therefore h=\frac{S_{\triangle APB}\cdot OD}{S_{\triangle PBD}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4\times 1}{\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{4-\frac{1}{2}}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

$\therefore$点 C 到平面 PBD 的距离为 $\frac{2\sqrt{21}}{7}$． ……12分

21. (12分)

解:(1)设点 P 的坐标为 (x,y)，点 M 的坐标为 (x_1,y_1)，则 $\frac{x_1^2}{4}+\frac{y_1^2}{2}=1$．① ……1分

由 $\overrightarrow{NP}=\sqrt{2}\,\overrightarrow{NM}$ 知 $\begin{cases}x=x_1,\\y=\sqrt{2}y_1,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x_1=x,\\y_1=\frac{\sqrt{2}}{2}y.\end{cases}$ ……3分

代入①得 $x^2+y^2=4$．

即点 P 的轨迹方程为 $x^2+y^2=4$. ② ……5分

(2)假设存在点 $B(m,0)$ 满足条件，设点 P 的坐标为 (x,y)，由 $|BP|=2|AP|$ 得

$\sqrt{(x-m)^2+y^2}=2\sqrt{(x-1)^2+y^2}$，即 $3x^2+3y^2+(2m-8)x=m^2-4$. ……8分

此方程与(1)中②表示同一方程，故 $\begin{cases}2m-8=0,\\ m^2-4=12,\end{cases}$ 解得 $m=4$.

$\therefore$ 存在点 $B(4,0)$ 满足条件. ……12分

22.(12分)

解：(1)当 $a=2$ 时，$f(x)=(2-x)\sin x-\cos x$，

$f'(x)=-\sin x+(2-x)\cos x+\sin x=(2-x)\cos x$，$0<x<\pi$.

由 $f'(x)=0$ 得 $x=2$，或 $x=\frac{\pi}{2}$.

当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$时，$f'(x)>0$；$x\in(\frac{\pi}{2},2)$时，$f'(x)<0$；$x\in(2,\pi)$时，$f'(x)>0$.

$\therefore f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 单调递增，在 $(\frac{\pi}{2},2)$ 单调递减，在 $(2,\pi)$ 单调递增. ……2分

又 $f(0)=-1<0$，$f(\frac{\pi}{2})=2-\frac{\pi}{2}>0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 有唯一零点； ……4分

又 $f(2)=-\cos 2>0$，$\therefore f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2},\pi)$ 没有零点.

综上知 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上有唯一零点. ……6分

(2)法一：因 $x\in(0,\pi)$ 时，$f(x)\leqslant 2$ 等价于 $(a-x)\sin x-\cos x\leqslant 2$，

即 $a\leqslant x+\frac{2+\cos x}{\sin x}$. ……8分

设 $g(x)=x+\frac{2+\cos x}{\sin x}$，$x\in(0,\pi)$，则 $g'(x)=-\frac{\cos x(2+\cos x)}{(\sin x)^2}$.

$\therefore$ 当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 单调递减；

当 $x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 单调递增. ……10分

$\therefore$ 当 $x\in(0,\pi)$，$g(x)$ 最小值为 $g(\frac{\pi}{2})=2+\frac{\pi}{2}$，

$\therefore a\leqslant 2+\frac{\pi}{2}$.即 a 的取值范围为 $(0,2+\frac{\pi}{2}]$ ……12分

法二：设 $g(x)=f(x)-2=(a-x)\sin x-\cos x-2$，$x\in(0,\pi)$，则 $g'(x)=(a-x)\cos x$.

由 $g'(x)=0$ 得 $x=a$，或 $x=\frac{\pi}{2}$.

对 a 进行分类讨论，也可得 $a\leqslant 2+\frac{\pi}{2}$.