

第一讲 因式分解

一、知识归纳

1、公式法分解因式：用公式法因式分解，要掌握如下公式：

$$(1) a^2 - b^2 = (a + b)(a - b);$$

$$(2) a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2;$$

$$(3) a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3;$$

$$(4) a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = (a + b + c)^2;$$

$$(5) a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac);$$

$$(6) a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}); \quad n \in N^*;$$

$$(7) \text{当 } n \text{ 为正奇数时 } a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$\text{当 } n \text{ 为正偶数时 } a^n - b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} - b^{n-1})$$

2、十字相乘法因式分解

3、待定系数法因式分解

4、添项与拆项法因式分解

5、长除法

二、例题讲解

例 1：因式分解： $6x^2 - 7x - 3$

例 2：因式分解： $x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 - b^2)^2$

例 3: 因式分解 $4x^2 - 4xy - 3y^2 - 4x + 10y - 3$

例 4: 利用待定系数法因式分解

(1) $2x^2 + 3xy - 9y^2 + 14x - 3y + 20$ (2) $4x^2 - 4xy - 3y^2 - 4x + 10y - 3$

例 5: 利用添项法、拆项法因式分解

(1) $x^3 + 6x - 7$ (2) $x^5 + x + 1$

例 6: 已知 $3x^2 - x - 1 = 0$, 求 $6x^3 + 7x^2 - 5x + 1987$ 的值。

三、课堂练习

1、分解因式

(1) $x^6(x + y - z) + y^6(z - y - x)$

(2) $(a^2 + b^2 - 1)^2 - 4a^2b^2$

(3) $4m^4 + m^3 - 32m - 8$

分解因式

(1) $x^4 + 4$

(2) $x^3 - 9x + 8$

3、分解因式

(1) $x^2 + 2xy - 3y^2 + 3x + y + 2$

(2) $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 3x + 5y - 2$

4、已知多项式 $3x^3 + ax + bx + 1$ 能被 $x^2 + 1$ 整除，且商式是 $3x + 1$ 则 $(-a)^b =$ _____。

5、多项式 $2x^4 - 3x^2 + ax^2 + 7x + b$ 能被 $x^2 + x - 2$ 整除，求 $\frac{a}{b}$ 的值。