第六讲　圆

一、知识归纳

1、证明四点共圆的方法有：

（1）到一定点的距离相等的点在同一个圆上

（2）同斜边的直角三角形的各顶点共圆

（3）线段同旁张角相等，则四点共圆。

（4）若一个四边形的一组对角再互补，那么它的四个顶点共圆

（5）若四边形的一个外角等于它的内对角，那么它的四个顶点共圆

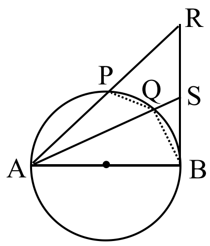
（6）四边形 ABCD 对角线相交于点 P，若 PA・PC＝PB・PD，则它的四个顶点共圆

（7）四边形 ABCD 的一组对边 AB、DC 的延长线交于点 P，若 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$，则它的四个顶点共圆。

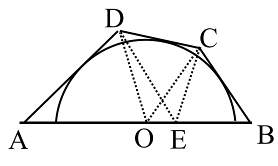
2、圆幂定理

二、例题讲解

例 1：如图，设 AB 为圆的直径，过点 A 在 AB 的同侧作弦 AP、AQ 交 B 处的切线于 R、S，求证：P、Q、S、R 同点共圆。



例 2：圆内接四边形 ABCD，O 为 AB 上一点，以 O 为圆心的半圆与 BC，CD，DA 相切，求证：AD＋BC＝AB



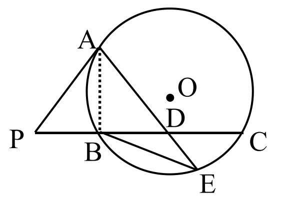
例 3：如图，设 A 为⊙O 外一点，AB，

AC 和⊙O 分别切于 B，C 两点，APQ 为⊙O

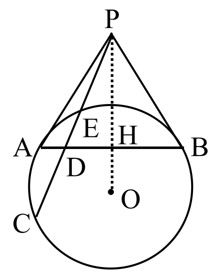
的一条割线，过点 B 作 BR//AQ 交⊙O 于点 R，

连结 CR 交 AO 于点 M，试证：A，B，C，O，M 五点共圆。

例 4：如图，PA 切⊙O 于 A，割线 PBC 交⊙O 于 B，C 两点，D 为 PC 中点，且 AD 延长线交⊙O 于点 E，又 $BE^2 = DE \cdot EA$,求证：（1）PA＝PD；（2）$2BD^2 = AD \cdot DE$.

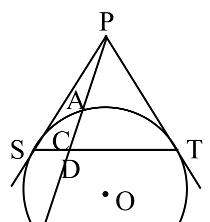


例 5：如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，PEC 是一条割线，D 是 AB 与 PC 的交点，若 PE 长为 2，CD＝1，求 DE 的长度。



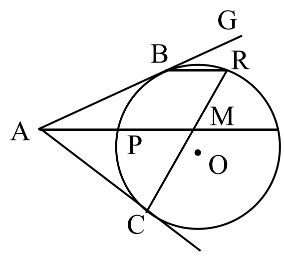
三、课堂练习

1、如图，已知点 P 在⊙O 外一点，PS，PT 是⊙O 的两条切线，过点 P 作⊙O 的割线 PAB，交⊙O 于 A，B 两点，并交 ST 于点 C，求证：$\dfrac{1}{PC} = \dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{PA} + \dfrac{1}{PB})$



2、如图，A 是⊙O 外一点，AB、AC 和⊙O 分别切于点 B、C，APQ 为⊙O 的一条割线，过 B 作 BR//AQ 交⊙O 于 R，连 CR 交 AQ 于 M。

试证：A，B，C，O，M 五点共圆。



3、设⊙O_1、⊙O_2、⊙O_3 两两外切，M 是⊙O_1、⊙O_2 的切点，R、S 分别是⊙O_1、⊙O_2 与⊙O_3 的切点，连心线 O_1O_2 交⊙O_1 于 P，⊙O_2 于 Q，求证：P、Q、R、S 四点共圆。