

第七讲 一次函数和一次不等式

【要点归纳】

1、形如 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的函数叫做一次函数。

(1) 它的图象是一条斜率为 k ，过点 $(0, b)$ 的直线。

(2) $k > 0 \Leftrightarrow$ 是增函数； $k < 0 \Leftrightarrow$ 是减函数。

2、不等式 $ax > b$ 的解的情况：

(1) 当 $a > 0$ 时， $x > \frac{b}{a}$ ；

(2) 当 $a < 0$ 时， $x < \frac{b}{a}$ ；

(3) 当 $a = 0$ 时，

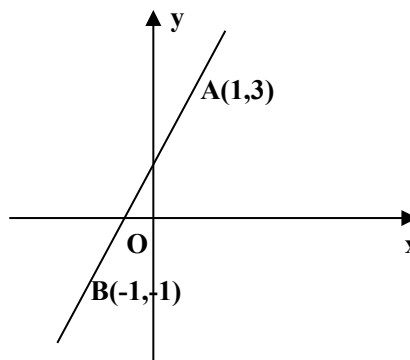
i) 若 $b \leq 0$ ，则取所有实数；

ii) 若 $b > 0$ ，则无解。

类似地，请同学们自行分析不等式 $ax < b$ 的解的情况。

【典例分析】

例 1 已知一次函数的图像如右，则它的表达式为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例 2 已知 $abc \neq 0$ 且 $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = p$ ，那么直线 $y = px + p$ 一定通过第 () 象限

A、一、二

B、二、三

C、三、四

D、一、四

例 3 已知一次函数 $f(x)=3x+2$ ，一次函数 $g(x)=ax+b$ ，且 $f[g(x)]=12x+11$ ，求 $a+b$ 的值。

例 4 当 $1 \leq x \leq 2$ 时，函数 $f(x)=kx+(1-3k)$ 恒为正值，求实数 k 的取值范围。

例 5 已知 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $z \geq 0$ ，且满足 $x+2y+3z=2$ ， $2x+y+z=10$ ，求 $T=x+y+z$ 的最大值和最小值。

例 6 不等式 $\frac{x+5}{2}-1 < \frac{2x+a}{2}$ 与不等式 $2x-4a > 0$ 同解，则 a 的值等于_____

例 7 解关于 x 的不等式组：
$$\begin{cases} (m+1)x < m^2 - 1 \\ 3(m+1)x > 3mx + 2 \end{cases}$$

例 8 对于一次函数 $f(x)=(2a-b)x+(a-5b)$, 当且仅当 $x < \frac{10}{7}$ 时, $f(x)>0$, 则 $\frac{b}{a} =$ _____

例 9 若不等式 $(2a-b)x+(3a-4b)<0$ 的解是 $x < \frac{4}{9}$, 求不等式 $(a-4b)x+(2a-3b)>0$ 的解。

【反馈练习】

1、一次函数 $y=(3m-1)x-(m+5)$ 的图象不过第一象限, 则实数 m 的取值范围是 _____

2、一次函数 $f(x)$ 满足: $f(f(f(x)))=-27x-21$, 则 $f(x)=$ _____

3、函数 $f(x)=3x+1+k-2kx$ 在 $-1 \leq x \leq 1$ 时, 满足 $f(x) \geq k$ 恒成立, 则整数 k 的值为 _____

4、已知 $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$, 且满足 $x+3y+2z=3, 3x+3y+z=4$ 求 $w=3x-2y+4z$ 的最大值和最小值。

5、若不等式 $5x-a \leq 0$ 的正整数解是 1, 2, 3, 4, 则 a 的取值范围为_____

6、解关于 x 的不等式: $a(x-a) > x-1$

7、若不等式 $(m+n)x + (2m-3n) < 0$ 的解是 $x < -\frac{1}{3}$, 求不等式 $(m-3n)x + (n-2m) > 0$ 的解。

8、解关于 x 的不等式组:
$$\begin{cases} a(x-2) > x-3 \\ 9(a+x) > 9a+8 \end{cases}$$