

数学试卷

武汉市教育科学研究院命制

2021.1.20

亲爱的同学,在你答题前,请认真阅读下面的注意事项:

1. 本试卷由第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分组成. 全卷共 6 页,三大题,满分 120 分. 考试用时 120 分钟.
 2. 答题前,请将你的姓名、准考证号填写在“答题卡”相应位置,并在“答题卡”背面左上角填写姓名和座位号.
 3. 答第 I 卷(选择题)时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把“答题卡”上对应题目的答案选项涂黑. 如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案. 答在“试卷”上无效.
 4. 答第 II 卷(非选择题)时,答案用 0.5 毫米黑色笔迹签字笔书写在“答题卡”上. 答在“试卷”上无效.
 5. 认真阅读答题卡上的注意事项.
- 预祝你取得优异成绩!

第 I 卷(选择题 共 30 分)

一、选择题(共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

下列各题中均有四个备选答案,其中有且只有一个正确,请在答题卡上将正确答案的选项涂黑.

1. 将一元二次方程 $2x^2 - 1 = 3x$ 化成一般形式后,二次项系数和一次项系数分别是
A. 2, -1 B. 2, 0 C. 2, 3 D. 2, -3
2. 下列垃圾分类标识的图案是中心对称图形的是



A



B



C



D

3. 下列四个袋子中,都装有除颜色外无其他差别的 10 个小球,从这四个袋子中分别随机摸出一个球,摸到红球可能性最小的是



A



B



C



D

4. 已知 $\odot O$ 的半径等于3, 圆心 O 到点 P 的距离为5, 那么点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是

- A. 点 P 在 $\odot O$ 外 B. 点 P 在 $\odot O$ 内
C. 点 P 在 $\odot O$ 上 D. 无法确定

5. 一元二次方程 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 配方后正确的是

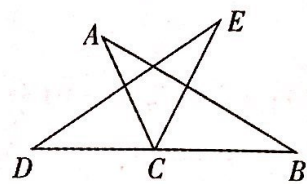
- A. $(x+2)^2 = 3$ B. $(x+2)^2 = 5$ C. $(x-2)^2 = 3$ D. $(x-2)^2 = 5$

6. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = (x+2)(x-4)$ 经变换后得到抛物线 $y = (x-2)(x+4)$, 则下列变换正确的是

- A. 向左平移6个单位 B. 向右平移6个单位
C. 向左平移2个单位 D. 向右平移2个单位

7. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DEC$, 使点 D 落在 BC 的延长线上. 已知 $\angle A = 33^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 则 $\angle ACE$ 的大小是

- A. 63°
B. 58°
C. 54°
D. 52°



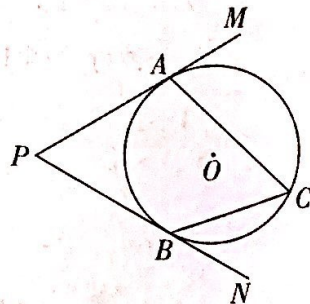
(第7题)

8. 三个不透明的口袋中各有三个相同的乒乓球, 将每个口袋中的三个乒乓球分别标号为1, 2, 3. 从这三个口袋中分别摸出一个乒乓球, 出现的数字正好是等腰三角形三边长的概率是

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{17}{27}$ D. $\frac{7}{9}$

9. 如图, PM, PN 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点, C 为 $\odot O$ 上一点, 连接 AC, BC . 若 $\angle P = 60^\circ$, $\angle MAC = 75^\circ$, $AC = \sqrt{3} + 1$, 则 $\odot O$ 的半径是

- A. $\sqrt{2}$
B. $\sqrt{3}$
C. $\frac{3}{2}$
D. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$



(第9题)

10. 已知二次函数 $y = 2020x^2 + 2021x + 2022$ 的图象上有两点 $A(x_1, 2023)$ 和 $B(x_2, 2023)$, 则当 $x = x_1 + x_2$ 时, 二次函数的值是

- A. 2020 B. 2021 C. 2022 D. 2023

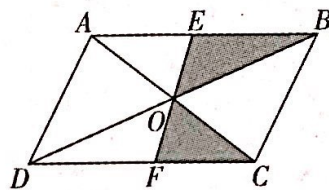
第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题(共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

下列各题不需要写出解答过程,请将结果直接填写在答题卡指定的位置.

11. 在平面直角坐标系中,点 $P(-1, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.

12. 如图,平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ,过点 O 的直线 EF 分别交边 AB, CD 于 E, F 两点,在这个平行四边形上做随机投掷图钉试验,针头落在阴影区域内的概率是_____.

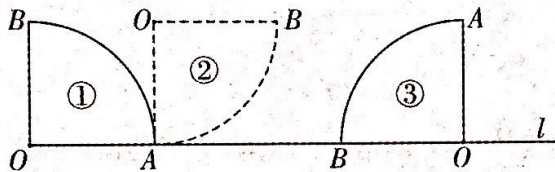


(第 12 题)

13. 国家实施“精准扶贫”政策以来,贫困地区经济快速发展,贫困人口大幅度减少.某地区 2018 年初有贫困人口 4 万人,通过社会各界的努力,2020 年初贫困人口减少至 1 万人.则 2018 年初至 2020 年初该地区贫困人口的年平均下降率是_____.

14. 已知 O, I 分别是 $\triangle ABC$ 的外心和内心, $\angle BOC = 140^\circ$, 则 $\angle BIC$ 的大小是_____.

15. 如图,放置在直线 l 上的扇形 OAB . 由图①滚动(无滑动)到图②,再由图②滚动到图③.若半径 $OA = 1$, $\angle AOB = 90^\circ$,则点 O 所经过的路径长是_____.



(第 15 题)

16. 下列关于二次函数 $y = x^2 - 2mx + 1$ (m 为常数)的结论:

- ①该函数的图象与函数 $y = -x^2 + 2mx$ 的图象的对称轴相同;
- ②该函数的图象与 x 轴有交点时, $m > 1$;
- ③该函数的图象的顶点在函数 $y = -x^2 + 1$ 的图象上;
- ④点 $A(x_1, y_1)$ 与点 $B(x_2, y_2)$ 在该函数的图象上. 若 $x_1 < x_2, x_1 + x_2 < 2m$, 则 $y_1 < y_2$.

其中正确的结论是_____ (填写序号).

三、解答题(共 8 小题,共 72 分)

下列各题需要在答题卡指定的位置写出文字说明、证明过程、演算步骤或画出图形.

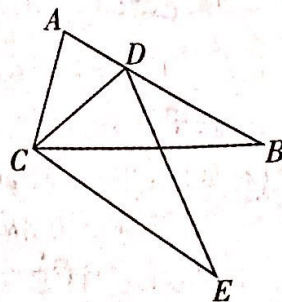
17. (本小题满分 8 分)

若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - bx + 2 = 0$ 有一个根是 $x = 1$, 求 b 的值及方程的另一个根.

18. (本小题满分 8 分)

如图,将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$,点 D 落在线段 AB 上.

求证: DC 平分 $\angle ADE$.



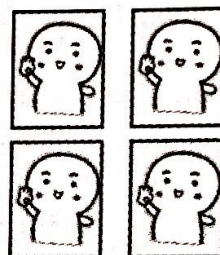
(第 18 题)

19. (本小题满分 8 分)

小刚参加某网店的“翻牌抽奖”活动,如图,四张牌分别对应价值 2,5,5,10(单位:元)的四件奖品.

(1)如果随机翻一张牌,直接写出抽中 5 元奖品的概率;

(2)如果同时随机翻两张牌,求所获奖品总值不低于 10 元的概率.



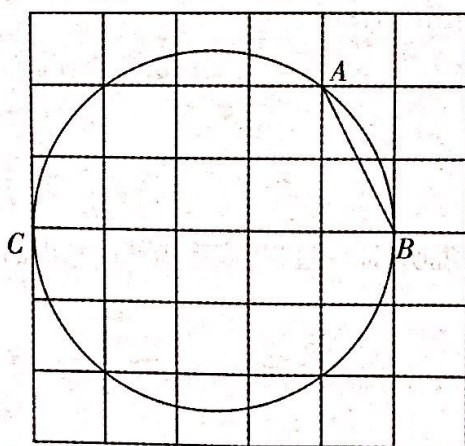
(第 19 题)

20. (本小题满分 8 分)

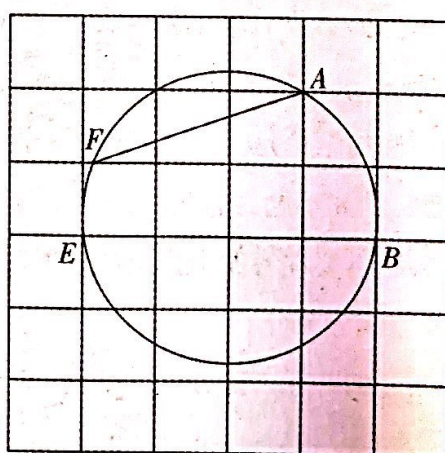
如图是由小正方形构成的 6×6 网格,每个小正方形的顶点叫做格点. $\odot P$ 经过 A, B 两个格点,仅用无刻度的直尺在给定网格中按要求画图(画图过程用虚线表示,画图结果用实线表示).

(1)在图(1)中, $\odot P$ 经过格点 C ,画圆心 P ,并画弦 BD ,使 BD 平分 $\angle ABC$;

(2)在图(2)中, $\odot P$ 经过格点 E, F 是 $\odot P$ 与网格线的交点,画圆心 P ,并画弦 FG ,使 $FG = FA$.



(1)



(2)

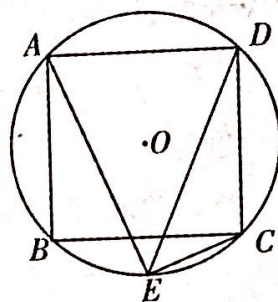
(第 20 题)

21. (本小题满分 8 分)

如图,正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, E 是 $\widehat{BC}$ 的中点,连接 AE, DE, CE .

(1) 求证: $AE = DE$;

(2) 若 $CE = 1$, 求四边形 $AECD$ 的面积.



(第 21 题)

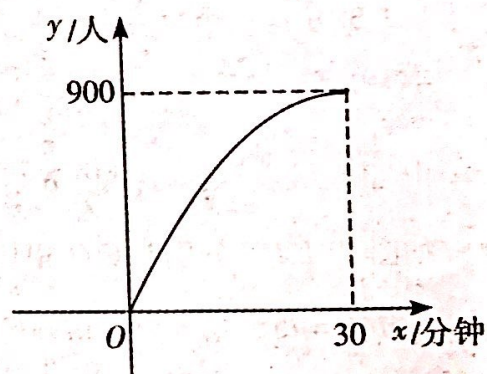
22. (本小题满分 10 分)

疫情期间,按照防疫要求,学生在进校时必须排队接受体温检测. 某校统计了学生早晨到校情况,发现学生到校的累计人数 y (单位:人) 随时间 x (单位:分钟) 的变化情况如图所示, y 可看作是 x 的二次函数,其图象经过原点,且顶点坐标为 $(30, 900)$, 其中 $0 \leq x \leq 30$. 校门口有一个体温检测棚,每分钟可检测 40 人.

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式;

(2) 校门口排队等待体温检测的学生人数最多时有多少人?

(3) 检测体温到第 4 分钟时,为减少排队等候时间,在校门口临时增设一个人工体温检测点. 已知人工每分钟可检测 12 人,人工检测多长时间后,校门口不再出现排队等待的情况(直接写出结果).



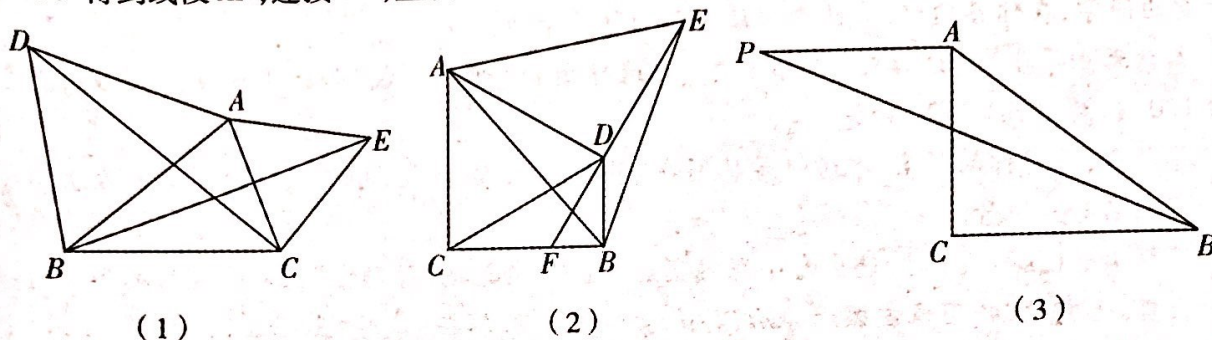
(第 22 题)

23. (本小题满分 10 分)

问题背景 如图(1), $\triangle ABD$, $\triangle AEC$ 都是等边三角形, $\triangle ACD$ 可以由 $\triangle AEB$ 通过旋转变换得到, 请写出旋转中心、旋转方向及旋转角的大小.

尝试应用 如图(2), 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 分别以 AC, AB 为边, 作等边 $\triangle ACD$ 和等边 $\triangle ABE$, 连接 ED , 并延长交 BC 于点 F , 连接 BD . 若 $BD \perp BC$, 求 $\frac{DF}{DE}$ 的值.

拓展创新 如图(3), 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2$, 将线段 AC 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AP , 连接 PB , 直接写出 PB 的最大值.



(第 23 题)

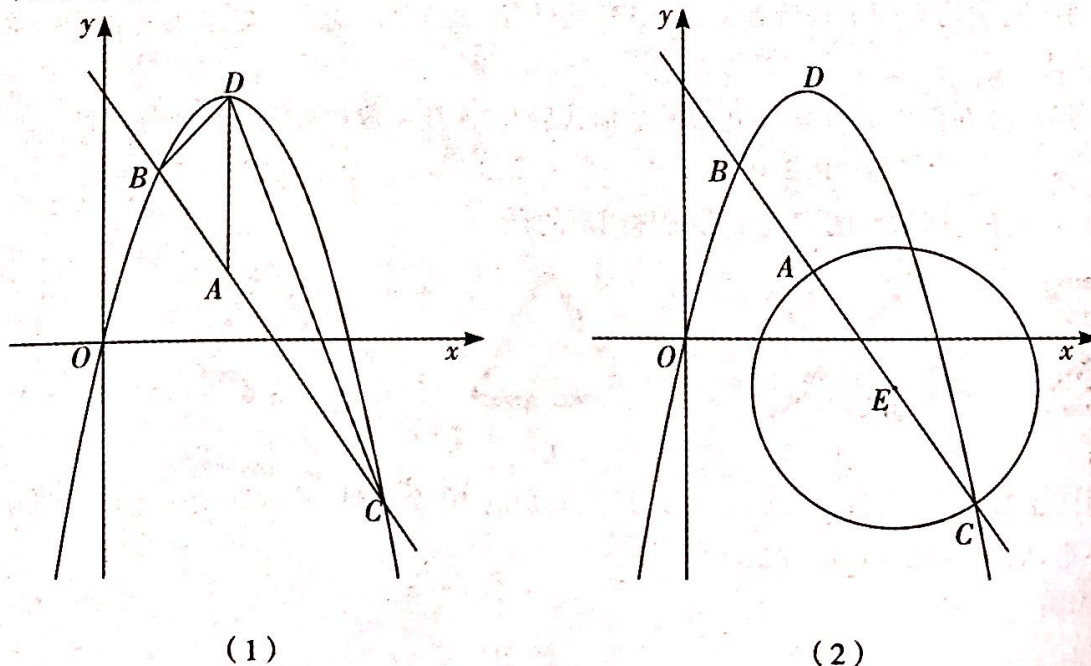
24. (本小题满分 12 分)

如图, 经过定点 A 的直线 $y = k(x - 2) + 1$ ($k < 0$) 交抛物线 $y = -x^2 + 4x$ 于 B, C 两点 (点 C 在点 B 的右侧), D 为抛物线的顶点.

(1) 直接写出点 A 的坐标;

(2) 如图(1), 若 $\triangle ACD$ 的面积是 $\triangle ABD$ 面积的两倍, 求 k 的值;

(3) 如图(2), 以 AC 为直径作 $\odot E$, 若 $\odot E$ 与直线 $y = t$ 所截的弦长恒为定值, 求 t 的值.



(第 24 题)