

高中数学知识点总结

1. 对于集合，一定要抓住集合的代表元素，及元素的“确定性、互异性、无序性”。

如：集合 $A = \{x|y = \lg x\}$, $B = \{y|y = \lg x\}$, $C = \{(x,y)|y = \lg x\}$, A 、 B 、 C 中元素各表示什么？

2. 进行集合的交、并、补运算时，不要忘记集合本身和空集 $\emptyset$ 的特殊情况。

注重借助于数轴和文氏图解集合问题。

空集是一切集合的子集，是一切非空集合的真子集。

如：集合 $A = \{x|x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x|ax = 1\}$

若 $B \subset A$ ，则实数 a 的值构成的集合为 _____

(答： $\left\{-1, 0, \frac{1}{3}\right\}$)

3. 注意下列性质：

(1) 集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 的所有子集的个数是 2^n ；

(2) 若 $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$, $A \cup B = B$;

(3) 德摩根定律：

$$C_U(A \cup B) = (C_U A) \cap (C_U B), \quad C_U(A \cap B) = (C_U A) \cup (C_U B)$$

4. 你会用补集思想解决问题吗？（排除法、间接法）

如：已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M ，若 $3 \in M$ 且 $5 \notin M$ ，求实数 a 的取值范围。

$$\begin{aligned} (\because 3 \in M, \therefore \frac{a \cdot 3 - 5}{3^2 - a} < 0 \\ \Rightarrow a \in \left[1, \frac{5}{3}\right) \cup (9, 25) \\ \because 5 \notin M, \therefore \frac{a \cdot 5 - 5}{5^2 - a} \geq 0 \end{aligned}$$

5. 可以判断真假的语句叫做命题，逻辑连接词有“或” ($\vee$)，“且” ($\wedge$) 和“非” ($\neg$).

若 $p \wedge q$ 为真，当且仅当 p 、 q 均为真

若 $p \vee q$ 为真，当且仅当 p 、 q 至少有一个为真

若 $\neg p$ 为真，当且仅当 p 为假

6. 命题的四种形式及其相互关系是什么？

(互为逆否关系的命题是等价命题。)

原命题与逆否命题同真、同假；逆命题与否命题同真同假。

7. 对映射的概念了解吗？映射 $f: A \rightarrow B$ ，是否注意到 A 中元素的任意性和 B 中与之对应元素的唯一性，哪几种对应能构成映射？

(一对一，多对一，允许 B 中有元素无原象。)

8. 函数的三要素是什么？如何比较两个函数是否相同？

(定义域、对应法则、值域)

9. 求函数的定义域有哪些常见类型？

例：函数 $y = \frac{\sqrt{x(4-x)}}{\lg(x-3)^2}$ 的定义域是 _____

(答： $(0, 2) \cup (2, 3) \cup (3, 4)$)

10. 如何求复合函数的定义域？

如：函数 $f(x)$ 的定义域是 $[a, b]$ ， $b > -a > 0$ ，则函数 $F(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是 _____。

(答： $[a, -a]$)

11. 求一个函数的解析式或一个函数的反函数时，注明函数的定义域了吗？

如： $f(\sqrt{x+1}) = e^x + x$ ，求 $f(x)$ 。

令 $t = \sqrt{x+1}$ ，则 $t \geq 0$

$$\therefore x = t^2 - 1$$

$$\therefore f(t) = e^{t^2-1} + t^2 - 1$$

$$\therefore f(x) = e^{x^2-1} + x^2 - 1 \quad (x \geq 0)$$

12. 反函数存在的条件是什么？

(一一对应函数)

求反函数的步骤掌握了吗？

(①反解 x ；②互换 x 、 y ；③注明定义域)

如：求函数 $f(x) = \begin{cases} 1+x & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 的反函数

(答： $f^{-1}(x) = \begin{cases} x-1 & (x > 1) \\ -\sqrt{-x} & (x < 0) \end{cases}$)

13. 反函数的性质有哪些？

①互为反函数的图象关于直线 $y=x$ 对称；

②保存了原来函数的单调性、奇函数性；

③ 设 $y = f(x)$ 的定义域为 A ，值域为 C ， $a \in A$ ， $b \in C$ ，则 $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

$$\therefore f^{-1}[f(a)] = f^{-1}(b) = a, \quad f[f^{-1}(b)] = f(a) = b$$

14. 如何用定义证明函数的单调性？

(取值、作差、判正负)

如何判断复合函数的单调性？

$$(y = f(u), \quad u = \varphi(x), \quad \text{则 } y = f[\varphi(x)])$$

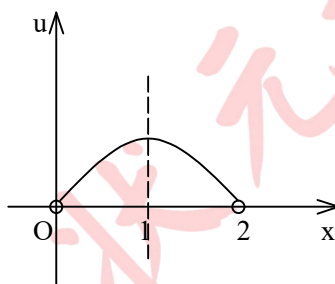
(外层) (内层)

当内、外层函数单调性相同时 $f[\varphi(x)]$ 为增函数，否则 $f[\varphi(x)]$ 为减函数。)

如：求 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x)$ 的单调区间

(设 $u = -x^2 + 2x$ ，由 $u > 0$ 则 $0 < x < 2$)

且 $\log_{\frac{1}{2}} u \downarrow$ ， $u = -(x-1)^2 + 1$ ，如图：



当 $x \in (0, 1]$ 时， $u \uparrow$ ，又 $\log_{\frac{1}{2}} u \downarrow$ ， $\therefore y \downarrow$

当 $x \in [1, 2)$ 时， $u \downarrow$ ，又 $\log_{\frac{1}{2}} u \downarrow$ ， $\therefore y \uparrow$

$\therefore \dots$)

15. 如何利用导数判断函数的单调性？

在区间 (a, b) 内，若总有 $f'(x) \geq 0$ 则 $f(x)$ 为增函数。(在个别点上导数等于

零，不影响函数的单调性)，反之也对，若 $f'(x) \leq 0$ 呢？

如：已知 $a > 0$ ，函数 $f(x) = x^3 - ax$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调增函数，则 a 的最大值是 ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

$$(\text{令 } f'(x) = 3x^2 - a = 3\left(x + \sqrt{\frac{a}{3}}\right)\left(x - \sqrt{\frac{a}{3}}\right) \geq 0)$$

$$\text{则 } x \leq -\sqrt{\frac{a}{3}} \text{ 或 } x \geq \sqrt{\frac{a}{3}}$$

由已知 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上为增函数, 则 $\sqrt{\frac{a}{3}} \leq 1$, 即 $a \leq 3$

$\therefore a$ 的最大值为 3)

16. 函数 $f(x)$ 具有奇偶性的必要 (非充分) 条件是什么?

($f(x)$ 定义域关于原点对称)

若 $f(-x) = -f(x)$ 总成立 $\Leftrightarrow f(x)$ 为奇函数 $\Leftrightarrow$ 函数图象关于原点对称

若 $f(-x) = f(x)$ 总成立 $\Leftrightarrow f(x)$ 为偶函数 $\Leftrightarrow$ 函数图象关于 y 轴对称

注意如下结论:

(1) 在公共定义域内: 两个奇函数的乘积是偶函数; 两个偶函数的乘积是偶函数; 一个偶函数与奇函数的乘积是奇函数。

(2) 若 $f(x)$ 是奇函数且定义域中有原点, 则 $f(0) = 0$ 。

如: 若 $f(x) = \frac{a \cdot 2^x + a - 2}{2^x + 1}$ 为奇函数, 则实数 $a =$ _____

($\because f(x)$ 为奇函数, $x \in \mathbb{R}$, 又 $0 \in \mathbb{R}$, $\therefore f(0) = 0$)

即 $\frac{a \cdot 2^0 + a - 2}{2^0 + 1} = 0$, $\therefore a = 1$)

又如: $f(x)$ 为定义在 $(-1, 1)$ 上的奇函数, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = \frac{2^x}{4^x + 1}$,

求 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上的解析式。

(令 $x \in (-1, 0)$, 则 $-x \in (0, 1)$, $f(-x) = \frac{2^{-x}}{4^{-x} + 1}$)

又 $f(x)$ 为奇函数, $\therefore f(x) = -\frac{2^{-x}}{4^{-x} + 1} = -\frac{2^x}{1 + 4^x}$

又 $f(0) = 0$, $\therefore f(x) = \begin{cases} -\frac{2^x}{4^x + 1} & x \in (-1, 0) \\ 0 & x = 0 \\ \frac{2^x}{4^x + 1} & x \in (0, 1) \end{cases}$)

17. 你熟悉周期函数的定义吗?

(若存在实数 T ($T \neq 0$), 在定义域内总有 $f(x+T) = f(x)$, 则 $f(x)$ 为周期

函数， T 是一个周期。)

如：若 $f(x+a) = -f(x)$ ，则 _____

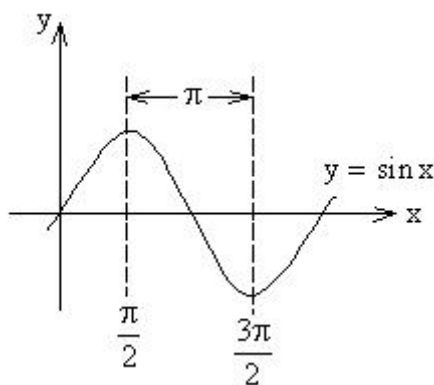
(答： $f(x)$ 是周期函数， $T = 2a$ 为 $f(x)$ 的一个周期)

又如：若 $f(x)$ 图象有两条对称轴 $x = a$ ， $x = b$ ($\Leftrightarrow$)

即 $f(a+x) = f(a-x)$ ， $f(b+x) = f(b-x)$

则 $f(x)$ 是周期函数， $2|a-b|$ 为一个周期

如：



18. 你掌握常用的图象变换了吗？

$f(x)$ 与 $f(-x)$ 的图象关于 y轴 对称

$f(x)$ 与 $-f(x)$ 的图象关于 x轴 对称

$f(x)$ 与 $-f(-x)$ 的图象关于 原点 对称

$f(x)$ 与 $f^{-1}(x)$ 的图象关于 直线 $y = x$ 对称

$f(x)$ 与 $f(2a-x)$ 的图象关于 直线 $x = a$ 对称

$f(x)$ 与 $-f(2a-x)$ 的图象关于 点 $(a, 0)$ 对称

将 $y = f(x)$ 图象 $\xrightarrow[\text{右移 } a(a>0) \text{ 个单位}]{\text{左移 } a(a>0) \text{ 个单位}}$ $y = f(x+a)$
 $y = f(x-a)$

$\xrightarrow[\text{下移 } b(b>0) \text{ 个单位}]{\text{上移 } b(b>0) \text{ 个单位}}$ $y = f(x+a) + b$
 $y = f(x+a) - b$

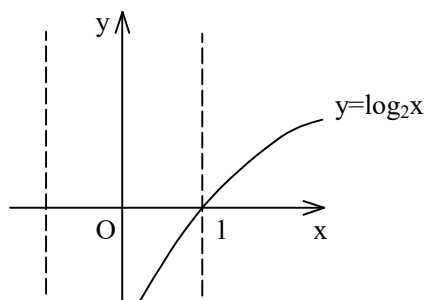
注意如下“翻折”变换：

$$f(x) \longrightarrow |f(x)|$$

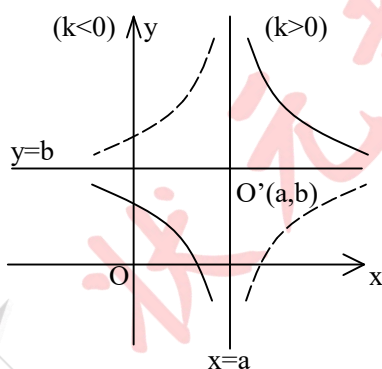
$$f(x) \longrightarrow f(|x|)$$

如: $f(x) = \log_2(x+1)$

作出 $y = |\log_2(x+1)|$ 及 $y = \log_2|x+1|$ 的图象



19. 你熟练掌握常用函数的图象和性质了吗?



(1) 一次函数: $y = kx + b$ ($k \neq 0$)

(2) 反比例函数: $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 推广为 $y = b + \frac{k}{x-a}$ ($k \neq 0$) 是中心 $O'(a, b)$ 的双曲线。

(3) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) $= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$ 图象为抛物线

顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$

开口方向: $a > 0$, 向上, 函数 $y_{\min} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$a < 0$, 向下, $y_{\max} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

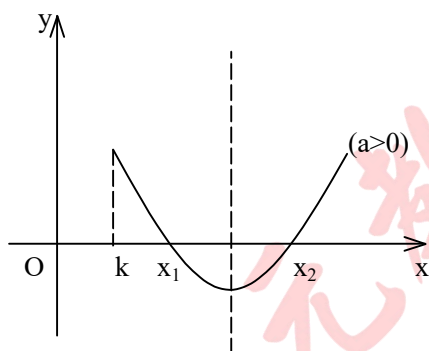
应用：① “三个二次”（二次函数、二次方程、二次不等式）的关系——二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$, $\Delta > 0$ 时，两根 x_1, x_2 为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴的两个交点，也是二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0 (< 0)$ 解集的端点值。

② 求闭区间 $[m, n]$ 上的最值。

③ 求区间定（动），对称轴动（定）的最值问题。

④ 一元二次方程根的分布问题。

如：二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根都大于 $k \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ -\frac{b}{2a} > k \\ f(k) > 0 \end{cases}$

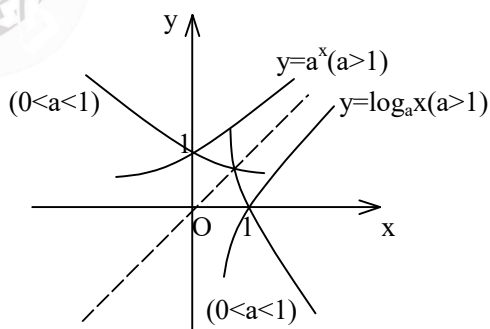


一根大于 k ，一根小于 $k \Leftrightarrow f(k) < 0$

(4) 指数函数： $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)

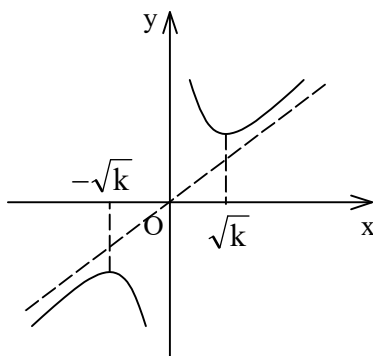
(5) 对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)

由图象记性质！（注意底数的限定！）



(6) “对勾函数” $y = x + \frac{k}{x}$ ($k > 0$)

利用它的单调性求最值与利用均值不等式求最值的区别是什么？



20. 你在基本运算上常出现错误吗？

指数运算： $a^0 = 1 (a \neq 0)$, $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0)$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} (a \geq 0), a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} (a > 0)$$

对数运算： $\log_a M \cdot N = \log_a M + \log_a N (M > 0, N > 0)$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N, \log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

对数恒等式： $a^{\log_a x} = x$

对数换底公式： $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \Rightarrow \log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$

21. 如何解抽象函数问题？

(赋值法、结构变换法)

如： (1) $x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 证明 $f(x)$ 为奇函数。

(先令 $x = y = 0 \Rightarrow f(0) = 0$ 再令 $y = -x$,)

(2) $x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ 满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$, 证明 $f(x)$ 是偶函数。

(先令 $x = y = -t \Rightarrow f[(-t)(-t)] = f(t \cdot t)$

$$\therefore f(-t) + f(-t) = f(t) + f(t)$$

$$\therefore f(-t) = f(t) \cdots \cdots)$$

(3) 证明单调性： $f(x_2) = f[(x_2 - x_1) + x_1] = \cdots \cdots$

22. 掌握求函数值域的常用方法了吗？

(二次函数法(配方法), 反函数法, 换元法, 均值定理法, 判别式法, 利用函数单调性法, 导数法等。)

如求下列函数的最值：

$$(1) y = 2x - 3 + \sqrt{13 - 4x}$$

$$(2) y = \frac{2\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 3}$$

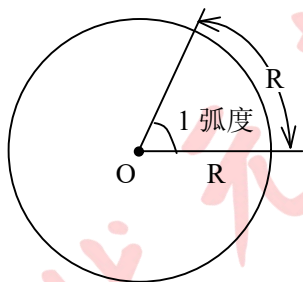
$$(3) x > 3, y = \frac{2x^2}{x - 3}$$

$$(4) y = x + 4 + \sqrt{9 - x^2} \quad (\text{设 } x = 3\cos\theta, \theta \in [0, \pi])$$

$$(5) y = 4x + \frac{9}{x}, x \in (0, 1]$$

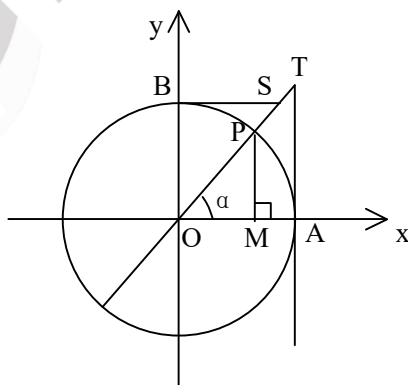
23. 你记得弧度的定义吗？能写出圆心角为 α ，半径为 R 的弧长公式和扇形面积公式吗？

$$(l = |\alpha| \cdot R, S_{\text{扇}} = \frac{1}{2} l \cdot R = \frac{1}{2} |\alpha| \cdot R^2)$$



24. 熟记三角函数的定义，单位圆中三角函数线的定义

$$\sin \alpha = MP, \cos \alpha = OM, \tan \alpha = AT$$

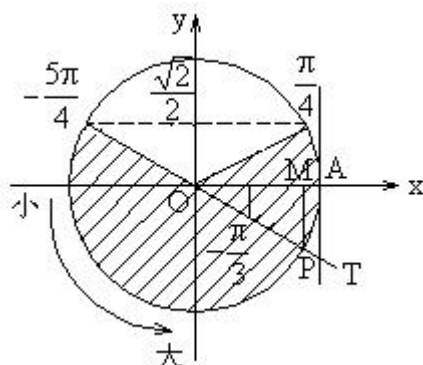


如：若 $-\frac{\pi}{8} < \theta < 0$ ，则 $\sin \theta$ ， $\cos \theta$ ， $\tan \theta$ 的大小顺序是 _____

又如：求函数 $y = \sqrt{1 - \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$ 的定义域和值域。

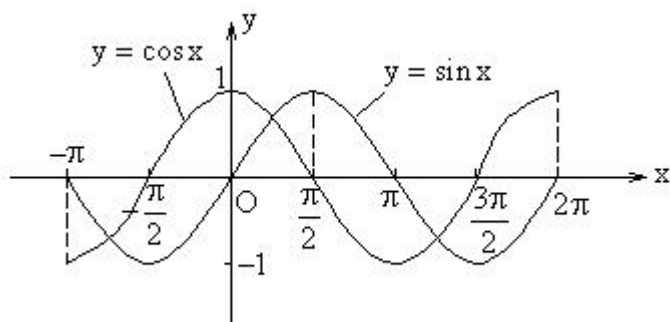
$$\left(\because 1 - \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 - \sqrt{2} \sin x \geq 0\right)$$

$\therefore \sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, 如图:

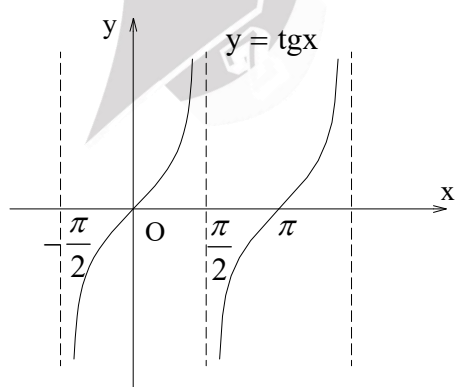


$$\therefore 2k\pi - \frac{5\pi}{4} \leq x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}), \quad 0 \leq y \leq \sqrt{1+\sqrt{2}}$$

25. 你能迅速画出正弦、余弦、正切函数的图象吗? 并由图象写出单调区间、对称点、对称轴吗?



$$|\sin x| \leq 1, \quad |\cos x| \leq 1$$



对称点为 $\left(k\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $k \in \mathbb{Z}$

$y = \sin x$ 的增区间为 $\left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right] \quad (k \in \mathbb{Z})$

$$\text{减区间为 } \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \right] (k \in \mathbb{Z})$$

图象的对称点为 $(k\pi, 0)$ ，对称轴为 $x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

$y = \cos x$ 的增区间为 $[2k\pi, 2k\pi + \pi] (k \in \mathbb{Z})$

$$\text{减区间为 } [2k\pi + \pi, 2k\pi + 2\pi] (k \in \mathbb{Z})$$

图象的对称点为 $(k\pi + \frac{\pi}{2}, 0)$ ，对称轴为 $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$y = \tan x$ 的增区间为 $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}) k \in \mathbb{Z}$

26. 正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质要熟记。[或 $y = A \cos(\omega x + \varphi)$]

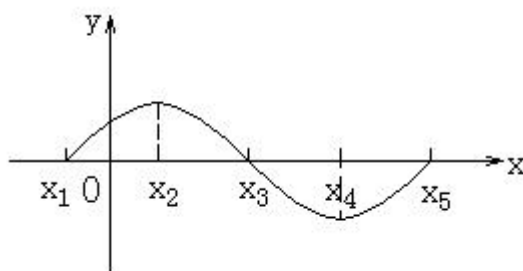
(1) 振幅 $|A|$ ，周期 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$

若 $f(x_0) = \pm A$ ，则 $x = x_0$ 为对称轴。

若 $f(x_0) = 0$ ，则 $(x_0, 0)$ 为对称点，反之也对。

(2) 五点作图：令 $\omega x + \varphi$ 依次为 $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$ ，求出 x 与 y ，依点 (x, y) 作图象。

(3) 根据图象求解析式。(求 A, ω, φ 值)



如图列出
$$\begin{cases} \omega(x_1) + \varphi = 0 \\ \omega(x_2) + \varphi = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

解条件组求 ω, φ 值

Δ 正切型函数 $y = A \tan(\omega x + \varphi)$, $T = \frac{\pi}{|\omega|}$

27. 在三角函数中求一个角时要注意两个方面——先求出某一个三角函数值, 再判定角的范围。如: $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$, 求 x 值。

$$\left(\because \pi < x < \frac{3\pi}{2}, \therefore \frac{7\pi}{6} < x + \frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{3}, \therefore x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{4}, \therefore x = \frac{13\pi}{12}\right)$$

28. 在解含有正、余弦函数的问题时, 你注意(到)运用函数的有界性了吗?

如: 函数 $y = \sin x + \sin|x|$ 的值域是 _____

$$(x \geq 0 \text{ 时, } y = 2 \sin x \in [-2, 2], x < 0 \text{ 时, } y = 0, \therefore y \in [-2, 2])$$

29. 熟练掌握三角函数图象变换了吗?

(平移变换、伸缩变换)

平移公式:

$$(1) \text{ 点 } P(x, y) \xrightarrow[\text{平移至}]{\vec{a}=(h, k)} P'(x', y'), \text{ 则 } \begin{cases} x' = x + h \\ y' = y + k \end{cases}$$

$$(2) \text{ 曲线 } f(x, y) = 0 \text{ 沿向量 } \vec{a} = (h, k) \text{ 平移后的方程为 } f(x-h, y-k) = 0$$

如: 函数 $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$ 的图象经过怎样的变换才能得到 $y = \sin x$ 的图象?

$$\begin{aligned} & \left(y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) \xrightarrow{\text{横坐标伸长到原来的2倍}} y = 2 \sin\left[2\left(\frac{1}{2}x\right) - \frac{\pi}{4}\right] - 1 \\ & = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \xrightarrow{\text{左平移}\frac{\pi}{4}\text{个单位}} y = 2 \sin x - 1 \xrightarrow{\text{上平移1个单位}} y = 2 \sin x \\ & \xrightarrow{\text{纵坐标缩短到原来的}\frac{1}{2}\text{倍}} y = \sin x \end{aligned}$$

30. 熟练掌握同角三角函数关系和诱导公式了吗?

$$\begin{aligned} & \text{如: } 1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = \tan \alpha \cdot \cot \alpha = \cos \alpha \cdot \sec \alpha = \tan \frac{\pi}{4} \\ & = \sin \frac{\pi}{2} = \cos 0 = \cdots \cdots \text{称为1的代换。} \end{aligned}$$

“ $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ ”化为 α 的三角函数——“奇变, 偶不变, 符号看象限”,
“奇”、“偶”指 k 取奇、偶数。

如： $\cos \frac{9\pi}{4} + \tan\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + \sin(21\pi) = \underline{\hspace{2cm}}$

又如：函数 $y = \frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha}$ ，则 y 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

- A. 正值或负值 B. 负值 C. 非负值 D. 正值

$$\left(y = \frac{\sin \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin^2 \alpha (\cos \alpha + 1)}{\cos^2 \alpha (\sin \alpha + 1)} > 0, \because \alpha \neq 0 \right)$$

31. 熟练掌握两角和、差、倍、**降幂公式**及其逆向应用了吗？

理解公式之间的联系：

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \xrightarrow{\text{令 } \alpha = \beta} \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \xrightarrow{\text{令 } \alpha = \beta} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\downarrow$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta} \qquad = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\downarrow$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \qquad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$a \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\alpha + \varphi), \quad \tan \varphi = \frac{b}{a}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$$

应用以上公式对三角函数式化简。（化简要求：项数最少、函数种类最少，分母中不含三角函数，能求值，尽可能求值。）

具体方法：

(1) 角的变换：如 $\beta = (\alpha + \beta) - \alpha$, $\frac{\alpha + \beta}{2} = \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) - \left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right) \dots\dots$

(2) 名的变换：化弦或化切

(3) 次数的变换：升、降幂公式

(4) 形的变换：统一函数形式，注意运用代数运算。

如：已知 $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{1 - \cos 2\alpha} = 1$, $\tan(\alpha - \beta) = -\frac{2}{3}$, 求 $\tan(\beta - 2\alpha)$ 的值。

$$(\text{由已知得: } \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin^2 \alpha} = \frac{\cos \alpha}{2 \sin \alpha} = 1, \therefore \tan \alpha = \frac{1}{2})$$

$$\text{又 } \tan(\beta - \alpha) = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \tan(\beta - 2\alpha) = \tan[(\beta - \alpha) - \alpha] = \frac{\tan(\beta - \alpha) - \tan \alpha}{1 + \tan(\beta - \alpha) \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$$

32. 正、余弦定理的各种表达形式你还记得吗? 如何实现边、角转化, 而解斜三角形?

$$\text{余弦定理: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

(应用: 已知两边一夹角求第三边; 已知三边求角。)

$$\text{正弦定理: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C \end{cases}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot b \sin C$$

$$\therefore A + B + C = \pi, \therefore A + B = \pi - C$$

$$\therefore \sin(A + B) = \sin C, \sin \frac{A + B}{2} = \cos \frac{C}{2}$$

$$\text{如 } \Delta ABC \text{ 中, } 2 \sin^2 \frac{A + B}{2} + \cos 2C = 1$$

(1) 求角C;

(2) 若 $a^2 = b^2 + \frac{c^2}{2}$, 求 $\cos 2A - \cos 2B$ 的值。

$$((1) \text{ 由已知式得: } 1 - \cos(A + B) + 2 \cos^2 C - 1 = 1$$

$$\text{又 } A + B = \pi - C, \therefore 2 \cos^2 C + \cos C - 1 = 0$$

$$\therefore \cos C = \frac{1}{2} \text{ 或 } \cos C = -1 \text{ (舍)}$$

$$\text{又 } 0 < C < \pi, \therefore C = \frac{\pi}{3}$$

(2) 由正弦定理及 $a^2 = b^2 + \frac{1}{2}c^2$ 得:

$$2 \sin^2 A - 2 \sin^2 B = \sin^2 C = \sin^2 \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4}$$

$$1 - \cos 2A - 1 + \cos 2B = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \cos 2A - \cos 2B = -\frac{3}{4}$$

33. 用反三角函数表示角时要注意角的范围。

$$\text{反正弦: } \arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], x \in [-1, 1]$$

$$\text{反余弦: } \arccos x \in [0, \pi], x \in [-1, 1]$$

$$\text{反正切: } \arctan x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), (x \in \mathbb{R})$$

34. 不等式的性质有哪些?

$$(1) a > b, \begin{cases} c > 0 \Rightarrow ac > bc \\ c < 0 \Rightarrow ac < bc \end{cases}$$

$$(2) a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$$

$$(3) a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$$

$$(4) a > b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}, a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

$$(5) a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n, \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$$

$$(6) |x| < a (a > 0) \Leftrightarrow -a < x < a, |x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ 或 } x > a$$

如: 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则下列结论不正确的是 ()

$$A. a^2 < b^2$$

$$B. ab < b^2$$

$$C. |a| + |b| > |a + b|$$

$$D. \frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$$

答案: C

35. 利用均值不等式:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab (a, b \in \mathbb{R}^+); a + b \geq 2\sqrt{ab}; ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \text{ 求最值时, 你是否注}$$

意到 “ $a, b \in \mathbb{R}^+$ ” 且 “等号成立” 时的条件, 积(ab)或和(a+b)其中之一为定值? (一正、二定、三相等)

注意如下结论:

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b} (a, b \in \mathbb{R}_+)$$

当且仅当 $a = b$ 时等号成立。

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

当且仅当 $a = b = c$ 时取等号。

$a > b > 0, m > 0, n > 0$, 则

$$\frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m} < 1 < \frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}$$

如：若 $x > 0$, $2 - 3x - \frac{4}{x}$ 的最大值为 _____

$$(\text{设 } y = 2 - (3x + \frac{4}{x}) \leq 2 - 2\sqrt{12} = 2 - 4\sqrt{3})$$

当且仅当 $3x = \frac{4}{x}$, 又 $x > 0$, $\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时, $y_{\max} = 2 - 4\sqrt{3}$

又如： $x + 2y = 1$, 则 $2^x + 4^y$ 的最小值为 _____

$$(\because 2^x + 2^{2y} \geq 2\sqrt{2^{x+2y}} = 2\sqrt{2^1}, \therefore \text{最小值为 } 2\sqrt{2})$$

36. 不等式证明的基本方法都掌握了吗？

(比较法、分析法、综合法、数学归纳法等)

并注意简单放缩法的应用。

如：证明 $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 2$

$$\begin{aligned} & (1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n}) \\ & = 1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \\ & = 2 - \frac{1}{n} < 2 \end{aligned}$$

37. 解分式不等式 $\frac{f(x)}{g(x)} > a \quad (a \neq 0)$ 的一般步骤是什么？

(移项通分, 分子分母因式分解, x 的系数变为 1, 穿轴法解得结果。)

38. 用“穿轴法”解高次不等式——“奇穿, 偶切”, 从最大根的右上方开始

1 是偶重根



$$\text{如: } (x+1)(x-1)^2(x-2)^3 < 0$$

39. 解含有参数的不等式要注意对字母参数的讨论

如：对数或指数的底分 $a > 1$ 或 $0 < a < 1$ 讨论

40. 对含有两个绝对值的不等式如何去解？

（找零点，分段讨论，去掉绝对值符号，最后取各段的并集。）

例如：解不等式 $|x-3|-|x+1| < 1$

如：若 $x > 0$ ， $2-3x-\frac{4}{x}$ 的最大值为 _____

$$\left(\text{设 } y = 2 - \left(3x + \frac{4}{x} \right) \leq 2 - 2\sqrt{12} = 2 - 4\sqrt{3} \right)$$

当且仅当 $3x = \frac{4}{x}$ ，又 $x > 0$ ， $\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时， $y_{\max} = 2 - 4\sqrt{3}$

又如： $x+2y=1$ ，则 2^x+4^y 的最小值为 _____

$$\left(\because 2^x + 2^{2y} \geq 2\sqrt{2^{x+2y}} = 2\sqrt{2^1}, \therefore \text{最小值为 } 2\sqrt{2} \right)$$

36. 不等式证明的基本方法都掌握了吗？

（比较法、分析法、综合法、数学归纳法等）

并注意简单放缩法的应用。

如：证明 $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 2$

$$\left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n} \right)$$

$$= 1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$$

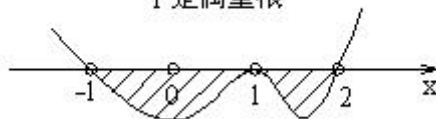
$$= 2 - \frac{1}{n} < 2$$

37. 解分式不等式 $\frac{f(x)}{g(x)} > a$ ($a \neq 0$) 的一般步骤是什么？

（移项通分，分子分母因式分解， x 的系数变为 1，穿轴法解得结果。）

38. 用“穿轴法”解高次不等式——“奇穿，偶切”，从最大根的右上方开始

1 是偶重根



如： $(x+1)(x-1)^2(x-2)^3 < 0$

39. 解含有参数的不等式要注意对字母参数的讨论

如：对数或指数的底分 $a > 1$ 或 $0 < a < 1$ 讨论

40. 对含有两个绝对值的不等式如何去解？

（找零点，分段讨论，去掉绝对值符号，最后取各段的并集。）

例如：解不等式 $|x-3|-|x+1| < 1$

(1) 若 $m+n=p+q$ ，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$ ；

(2) 数列 $\{a_{2n-1}\}$ ， $\{a_{2n}\}$ ， $\{ka_n+b\}$ 仍为等差数列；

S_n ， $S_{2n}-S_n$ ， $S_{3n}-S_{2n}$ ……仍为等差数列；

(3) 若三个数成等差数列，可设为 $a-d$ ， a ， $a+d$ ；

(4) 若 a_n ， b_n 是等差数列 S_n ， T_n 为前 n 项和，则 $\frac{a_m}{b_m} = \frac{S_{2m-1}}{T_{2m-1}}$ ；

(5) $\{a_n\}$ 为等差数列 $\Leftrightarrow S_n = an^2 + bn$ （ a ， b 为常数，是关于 n 的常数项为0的二次函数）

S_n 的最值可求二次函数 $S_n = an^2 + bn$ 的最值；或者求出 $\{a_n\}$ 中的正、负分界项，即：

当 $a_1 > 0$ ， $d < 0$ ，解不等式组 $\begin{cases} a_n \geq 0 \\ a_{n+1} \leq 0 \end{cases}$ 可得 S_n 达到最大值时的 n 值。

当 $a_1 < 0$ ， $d > 0$ ，由 $\begin{cases} a_n \leq 0 \\ a_{n+1} \geq 0 \end{cases}$ 可得 S_n 达到最小值时的 n 值。

如：等差数列 $\{a_n\}$ ， $S_n = 18$ ， $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = 3$ ， $S_3 = 1$ ，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$

（由 $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = 3 \Rightarrow 3a_{n-1} = 3$ ， $\therefore a_{n-1} = 1$

又 $S_3 = \frac{(a_1 + a_3)}{2} \cdot 3 = 3a_2 = 1$ ， $\therefore a_2 = \frac{1}{3}$

$\therefore S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(a_2 + a_{n-1}) \cdot n}{2} = \frac{\left(\frac{1}{3} + 1\right)n}{2} = 18$

$\therefore n = 27$ ）

44. 等比数列的定义与性质

定义: $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$ (q 为常数, $q \neq 0$), $a_n = a_1 q^{n-1}$

等比中项: x, G, y 成等比数列 $\Rightarrow G^2 = xy$, 或 $G = \pm\sqrt{xy}$

前 n 项和: $S_n = \begin{cases} na_1 & (q=1) \\ \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} & (q \neq 1) \end{cases}$ (要注意!)

性质: $\{a_n\}$ 是等比数列

(1) 若 $m+n=p+q$, 则 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$

(2) $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}, \dots$ 仍为等比数列

45. 由 S_n 求 a_n 时应注意什么?

($n=1$ 时, $a_1 = S_1$, $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1}$)

46. 你熟悉求数列通项公式的常用方法吗?

例如: (1) 求差(商)法

如: $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{2^2}a_2 + \dots + \frac{1}{2^n}a_n = 2n+5$ <1>

解: $n=1$ 时, $\frac{1}{2}a_1 = 2 \times 1 + 5, \therefore a_1 = 14$

$n \geq 2$ 时, $\frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{2^2}a_2 + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}a_{n-1} = 2n-1+5$ <2>

<1> - <2> 得: $\frac{1}{2^n}a_n = 2$

$\therefore a_n = 2^{n+1}$

$\therefore a_n = \begin{cases} 14 & (n=1) \\ 2^{n+1} & (n \geq 2) \end{cases}$

[练习]

数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_n + S_{n+1} = \frac{5}{3}a_{n+1}$, $a_1 = 4$, 求 a_n

(注意到 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 代入得: $\frac{S_{n+1}}{S_n} = 4$)

又 $S_1 = 4, \therefore \{S_n\}$ 是等比数列, $S_n = 4^n$

$n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = \dots = 3 \cdot 4^{n-1}$

(2) 叠乘法

例如：数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 3$ ， $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n}{n+1}$ ，求 a_n

解： $\frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdots \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdots \frac{n-1}{n}$ ， $\therefore \frac{a_n}{a_1} = \frac{1}{n}$

又 $a_1 = 3$ ， $\therefore a_n = \frac{3}{n}$

(3) 等差型递推公式

由 $a_n - a_{n-1} = f(n)$ ， $a_1 = a_0$ ，求 a_n ，用迭加法

$$\left. \begin{array}{l} n \geq 2 \text{ 时, } a_2 - a_1 = f(2) \\ a_3 - a_2 = f(3) \\ \cdots \cdots \cdots \\ a_n - a_{n-1} = f(n) \end{array} \right\} \text{ 两边相加, 得:}$$

$$a_n - a_1 = f(2) + f(3) + \cdots + f(n)$$

$$\therefore a_n = a_0 + f(2) + f(3) + \cdots + f(n)$$

[练习]

数列 $\{a_n\}$ ， $a_1 = 1$ ， $a_n = 3^{n-1} + a_{n-1}$ ($n \geq 2$)，求 a_n

$$(a_n = \frac{1}{2}(3^n - 1))$$

(4) 等比型递推公式

$$a_n = ca_{n-1} + d \quad (c, d \text{ 为常数, } c \neq 0, c \neq 1, d \neq 0)$$

可转化为等比数列，设 $a_n + x = c(a_{n-1} + x)$

$$\Rightarrow a_n = ca_{n-1} + (c-1)x$$

$$\text{令 } (c-1)x = d, \therefore x = \frac{d}{c-1}$$

$\therefore \left\{ a_n + \frac{d}{c-1} \right\}$ 是首项为 $a_1 + \frac{d}{c-1}$ ， c 为公比的等比数列

$$\therefore a_n + \frac{d}{c-1} = \left(a_1 + \frac{d}{c-1} \right) \cdot c^{n-1}$$

$$\therefore a_n = \left(a_1 + \frac{d}{c-1} \right) c^{n-1} - \frac{d}{c-1}$$

[练习]

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 9$, $3a_{n+1} + a_n = 4$, 求 a_n

$$(a_n = 8\left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1} + 1)$$

(5) 倒数法

例如: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 2}$, 求 a_n

$$\text{由已知得: } \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{a_n + 2}{2a_n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{a_n}$$

$$\therefore \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \left\{\frac{1}{a_n}\right\} \text{ 为等差数列, } \frac{1}{a_1} = 1, \text{ 公差为 } \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{a_n} = 1 + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(n+1)$$

$$\therefore a_n = \frac{2}{n+1}$$

47. 你熟悉求数列前 n 项和的常用方法吗?

例如: (1) 裂项法: 把数列各项拆成两项或多项之和, 使之出现成对互为相反数的项。

如: $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, 求 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$

$$\text{解: 由 } \frac{1}{a_k \cdot a_{k+1}} = \frac{1}{a_k(a_k + d)} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}} \right) (d \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left[\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{n+1}} \right) \end{aligned}$$

[练习]

$$\text{求和: } 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+n}$$

$$(a_n = \dots = \dots, S_n = 2 - \frac{1}{n+1})$$

(2) 错位相减法:

若 $\{a_n\}$ 为等差数列, $\{b_n\}$ 为等比数列, 求数列 $\{a_n b_n\}$ (差比数列) 前 n 项

和, 可由 $S_n - qS_n$ 求 S_n , 其中 q 为 $\{b_n\}$ 的公比。

$$\text{如: } S_n = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1} \quad <1>$$

$$x \cdot S_n = x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots + (n-1)x^{n-1} + nx^n \quad <2>$$

$$<1> - <2> : (1-x)S_n = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} - nx^n$$

$$x \neq 1 \text{ 时, } S_n = \frac{(1-x^n)}{(1-x)^2} - \frac{nx^n}{1-x}$$

$$x = 1 \text{ 时, } S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(3) 倒序相加法: 把数列的各项顺序倒写, 再与原来顺序的数列相加。

$$\left. \begin{array}{l} S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 \end{array} \right\} \text{相加}$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_1 + a_n) \dots$$

[练习]

$$\text{已知 } f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}, \text{ 则 } f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\text{由 } f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{\left(\frac{1}{x}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{1}{1+x^2} = 1 \right)$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= f(1) + \left[f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) \right] + \left[f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) \right] + \left[f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) \right] \\ &= \frac{1}{2} + 1 + 1 + 1 = 3\frac{1}{2} \end{aligned}$$

48. 你知道储蓄、贷款问题吗?

△零存整取储蓄 (单利) 本利和计算模型:

若每期存入本金 p 元, 每期利率为 r , n 期后, 本利和为:

$$S_n = p(1+r) + p(1+2r) + \dots + p(1+nr) = p \left[n + \frac{n(n+1)}{2} r \right] \dots \text{等差问题}$$

△若按复利，如贷款问题——按揭贷款的每期还款计算模型（按揭贷款——分期等额归还本息的借款种类）

若贷款（向银行借款） p 元，采用分期等额还款方式，从借款日算起，一期（如一年）后为第一次还款日，如此下去，第 n 次还清。如果每期利率为 r （按复利），那么每期应还 x 元，满足

$$\begin{aligned} p(1+r)^n &= x(1+r)^{n-1} + x(1+r)^{n-2} + \cdots + x(1+r) + x \\ &= x \left[\frac{1-(1+r)^n}{1-(1+r)} \right] = x \frac{(1+r)^n - 1}{r} \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{pr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

p ——贷款数， r ——利率， n ——还款期数

49. 解排列、组合问题的依据是：分类相加，分步相乘，有序排列，无序组合。

(1) 分类计数原理： $N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$

(m_i 为各类办法中的方法数)

分步计数原理： $N = m_1 \cdot m_2 \cdots m_n$

(m_i 为各步骤中的方法数)

(2) 排列：从 n 个不同元素中，任取 m ($m \leq n$) 个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列，所有排列的个数记为 A_n^m 。

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (m \leq n)$$

规定： $0! = 1$

(3) 组合：从 n 个不同元素中任取 m ($m \leq n$) 个元素并组成一组，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合，所有组合个数记为 C_n^m 。

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

规定： $C_n^0 = 1$

(4) 组合数性质：

$$C_n^m = C_n^{n-m}, \quad C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m, \quad C_n^0 + C_n^1 + \cdots + C_n^n = 2^n$$

50. 解排列与组合问题的规律是：

相邻问题捆绑法；相间问题插空法；定位问题优先法；多元问题分类法；至多至少问题间接法；相同元素分组可采用隔板法，数量不大时可以逐一排出结果。

如：学号为 1, 2, 3, 4 的四名学生的考试成绩

$$x_i \in \{89, 90, 91, 92, 93\}, (i = 1, 2, 3, 4) \text{ 且满足 } x_1 < x_2 \leq x_3 < x_4,$$

则这四位同学考试成绩的所有可能情况是 ()

A. 24 B. 15 C. 12 D. 10

解析：可分成两类：

(1) 中间两个分数不相等，

$$\begin{array}{cccc} \square & \square & \square & \square \\ x_1 & < & x_2 & < & x_3 & < & x_4 \end{array}$$

有 $C_5^4 = 5$ (种)

(2) 中间两个分数相等

$$x_1 < x_2 = x_3 < x_4$$

相同两数分别取 90, 91, 92, 对应的排列可以数出来，分别有 3, 4, 3 种， $\therefore$ 有 10 种。

$\therefore$ 共有 $5 + 10 = 15$ (种) 情况

51. 二项式定理

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n$$

二项展开式的通项公式： $T_{r+1} = C_n^r a^{n-r} b^r (r = 0, 1, \cdots, n)$

C_n^r 为二项式系数 (区别于该项的系数)

性质：

$$(1) \text{ 对称性: } C_n^r = C_n^{n-r} (r = 0, 1, 2, \cdots, n)$$

$$(2) \text{ 系数和: } C_n^0 + C_n^1 + \cdots + C_n^n = 2^n$$

$$C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = 2^{n-1}$$

(3) 最值： n 为偶数时， $n+1$ 为奇数，中间一项的二项式系数最大且为第

$\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ 项，二项式系数为 $C_n^{\frac{n}{2}}$ ； n 为奇数时， $(n+1)$ 为偶数，中间两项的二项式

系数最大即第 $\frac{n+1}{2}$ 项及第 $\frac{n+1}{2} + 1$ 项，其二项式系数为 $C_n^{\frac{n-1}{2}} = C_n^{\frac{n+1}{2}}$

如：在二项式 $(x-1)^{11}$ 的展开式中，系数最小的项系数为 _____ (用数字表示)

($\because n=11$)

$\therefore$ 共有12项，中间两项系数的绝对值最大，且为第 $\frac{12}{2} = 6$ 或第7项

由 $C_{11}^r x^{11-r} (-1)^r$ ， $\therefore$ 取 $r=5$ 即第6项系数为负值为最小：

$$-C_{11}^6 = -C_{11}^5 = -426$$

又如： $(1-2x)^{2004} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_{2004} x^{2004}$ ($x \in \mathbb{R}$)，则

$$(a_0 + a_1) + (a_0 + a_2) + (a_0 + a_3) + \cdots + (a_0 + a_{2004}) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{用数字作答})$$

(令 $x=0$ ，得： $a_0 = 1$)

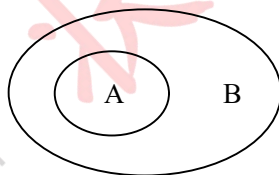
令 $x=1$ ，得： $a_0 + a_2 + \cdots + a_{2004} = 1$

$$\therefore \text{原式} = 2003a_0 + (a_0 + a_1 + \cdots + a_{2004}) = 2003 \times 1 + 1 = 2004$$

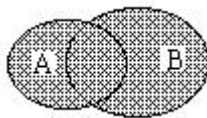
52. 你对随机事件之间的关系熟悉吗？

(1) 必然事件 Ω ， $P(\Omega) = 1$ ，不可能事件 ϕ ， $P(\phi) = 0$

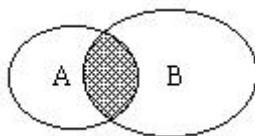
(2) 包含关系： $A \subset B$ ，“A发生必导致B发生”称B包含A。



(3) 事件的和（并）： $A+B$ 或 $A \cup B$ “A与B至少有一个发生”叫做A与B的和（并）。

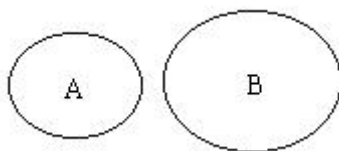


(4) 事件的积（交）： $A \cdot B$ 或 $A \cap B$ “A与B同时发生”叫做A与B的积。



(5) 互斥事件（互不相容事件）：“A与B不能同时发生”叫做A、B互斥。

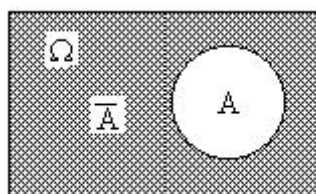
$$A \cdot B = \phi$$



(6) 对立事件（互逆事件）：

“A不发生”叫做A发生的对立（逆）事件， $\bar{A}$

$$A \cup \bar{A} = \Omega, A \cap \bar{A} = \phi$$



(7) 独立事件：A 发生与否对 B 发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件。

A与B独立，A与 $\bar{B}$ ， $\bar{A}$ 与B， $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相互独立。

53. 对某一事件概率的求法：

分清所求的是：（1）等可能事件的概率（常采用排列组合的方法，即

$$P(A) = \frac{\text{A包含的等可能结果}}{\text{一次试验的等可能结果的总数}} = \frac{m}{n}$$

（2）若A、B互斥，则 $P(A + B) = P(A) + P(B)$

（3）若A、B相互独立，则 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

（4） $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

（5）如果在一次试验中 A 发生的概率是 p，那么在 n 次独立重复试验中 A 恰好发生 k 次的概率： $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

如：设 10 件产品中有 4 件次品，6 件正品，求下列事件的概率。

（1）从中任取 2 件都是次品；

$$\left(P_1 = \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15} \right)$$

（2）从中任取 5 件恰有 2 件次品；

$$\left(P_2 = \frac{C_4^2 C_6^3}{C_{10}^5} = \frac{10}{21} \right)$$

（3）从中有放回地任取 3 件至少有 2 件次品；

解析：有放回地抽取 3 次（每次抽 1 件）， $\therefore n=10^3$
而至少有 2 件次品为“恰有 2 次品”和“三件都是次品”

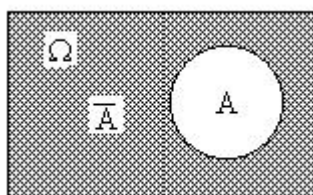
$$\therefore m = C_3^2 \cdot 4^2 6^1 + 4^3$$

$$\therefore P_3 = \frac{C_3^2 \cdot 4^2 \cdot 6 + 4^3}{10^3} = \frac{44}{125}$$

(4) 从中依次取 5 件恰有 2 件次品。

解析： $\because$ 一件一件抽取（有顺序）

$$\therefore n = A_{10}^5, \quad m = C_4^2 A_5^2 A_6^3$$



(7) 独立事件：A 发生与否对 B 发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件。

A 与 B 独立，A 与 $\bar{B}$ ， $\bar{A}$ 与 B， $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相互独立。

53. 对某一事件概率的求法：

分清所求的是：(1) 等可能事件的概率（常采用排列组合的方法，即

$$P(A) = \frac{\text{A 包含的等可能结果}}{\text{一次试验的等可能结果的总数}} = \frac{m}{n}$$

(2) 若 A、B 互斥，则 $P(A + B) = P(A) + P(B)$

(3) 若 A、B 相互独立，则 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

(4) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

(5) 如果在一次试验中 A 发生的概率是 p，那么在 n 次独立重复试验中 A 恰好发生 k 次的概率： $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

如：设 10 件产品中有 4 件次品，6 件正品，求下列事件的概率。

(1) 从中任取 2 件都是次品；

$$\left(P_1 = \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15} \right)$$

(2) 从中任取 5 件恰有 2 件次品；

$$\left(P_2 = \frac{C_4^2 C_6^3}{C_{10}^5} = \frac{10}{21} \right)$$

(3) 从中有放回地任取 3 件至少有 2 件次品;

解析: 有放回地抽取 3 次 (每次抽 1 件), $\therefore n=10^3$
而至少有 2 件次品为“恰有 2 次品”和“三件都是次品”

$$\therefore m = C_3^2 \cdot 4^2 6^1 + 4^3$$

$$\therefore P_3 = \frac{C_3^2 \cdot 4^2 \cdot 6 + 4^3}{10^3} = \frac{44}{125}$$

(4) 从中依次取 5 件恰有 2 件次品。

解析: $\because$ 一件一件抽取 (有顺序)

$$\therefore n = A_{10}^5, m = C_4^2 A_5^2 A_6^3$$

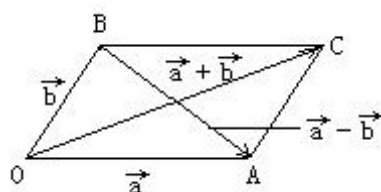
在此规定下向量可以在平面 (或空间) 平行移动而不改变。

(6) 并线向量 (平行向量) —— 方向相同或相反的向量。

规定零向量与任意向量平行。

$\vec{b} \parallel \vec{a} (\vec{b} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow$ 存在唯一实数 λ , 使 $\vec{b} = \lambda \vec{a}$

(7) 向量的加、减法如图:



$$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$$

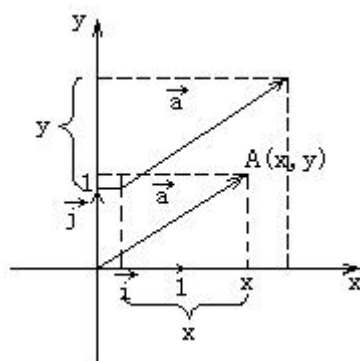
$$\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$$

(8) 平面向量基本定理 (向量的分解定理)

$\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是平面内的两个不共线向量, $\vec{a}$ 为该平面任一向量, 则存在唯一

实数对 λ_1, λ_2 , 使得 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$, $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 叫做表示这一平面内所有向量的一组基底。

(9) 向量的坐标表示



$\vec{i}, \vec{j}$ 是一对互相垂直的单位向量, 则有且只有一对实数 x, y , 使得 $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$, 称 (x, y) 为向量 $\vec{a}$ 的坐标, 记作: $\vec{a} = (x, y)$, 即为向量的坐标表示。

$$\text{设 } \vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2)$$

$$\text{则 } \vec{a} \pm \vec{b} = (x_1, y_1) \pm (x_2, y_2) = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2)$$

$$\lambda \vec{a} = \lambda(x_1, y_1) = (\lambda x_1, \lambda y_1)$$

$$\text{若 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$$

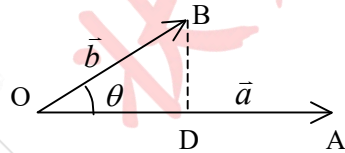
$$\text{则 } \vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \text{ A、B 两点间距离公式}$$

57. 平面向量的数量积

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta$ 叫做向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的数量积 (或内积)。

θ 为向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角, $\theta \in [0, \pi]$



数量积的几何意义:

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ 等于 $|\vec{a}|$ 与 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 的方向上的射影 $|\vec{b}| \cos \theta$ 的乘积。

(2) 数量积的运算法则

$$\textcircled{1} \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\textcircled{2} (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$\textcircled{3} \vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

注意: 数量积不满足结合律 $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \neq \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$

(3) 重要性质: 设 $\vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2)$

$$\textcircled{1} \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$$

$$\textcircled{2} \vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \text{ 或 } \vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{b} \quad (\vec{b} \neq 0, \lambda \text{ 惟一确定})$$

$$\Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$$

$$\textcircled{3} \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = x_1^2 + y_1^2, \quad |\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\textcircled{4} \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

[练习]

(1) 已知正方形ABCD, 边长为1, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$, 则
 $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| =$ _____

答案: $2\sqrt{2}$

(2) 若向量 $\vec{a} = (x, 1)$, $\vec{b} = (4, x)$, 当 $x =$ _____ 时 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线且方向相同

答案: 2

(3) 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为单位向量, 它们的夹角为 60° , 那么 $|\vec{a} + 3\vec{b}| =$ _____

答案: $\sqrt{13}$

58. 线段的定比分点

设 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, 分点 $P(x, y)$, 设 P_1 、 P_2 是直线 l 上两点, P 点在 l 上且不同于 P_1 、 P_2 , 若存在一实数 λ , 使 $\vec{P_1P} = \lambda \vec{PP_2}$, 则 λ 叫做 P 分有向线段 $\vec{P_1P_2}$ 所成的比 ($\lambda > 0$, P 在线段 P_1P_2 内, $\lambda < 0$, P 在 P_1P_2 外), 且

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \end{cases}, \text{ P 为 } P_1P_2 \text{ 中点时, } \begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

如: $\triangle ABC$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$

则 $\triangle ABC$ 重心 G 的坐标是 $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$

※. 你能分清三角形的重心、垂心、外心、内心及其性质吗?

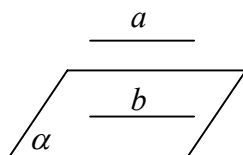
59. 立体几何中平行、垂直关系证明的思路清楚吗?

平行垂直的证明主要利用线面关系的转化:

$\text{线} // \text{线} \longleftrightarrow \text{线} // \text{面} \longleftrightarrow \text{面} // \text{面}$
 $\xrightarrow{\text{判定}} \text{线} \perp \text{线} \longleftrightarrow \text{线} \perp \text{面} \longleftrightarrow \text{面} \perp \text{面} \xleftarrow{\text{性质}}$
 $\text{线} // \text{线} \longleftrightarrow \text{线} \perp \text{面} \longleftrightarrow \text{面} // \text{面}$

线面平行的判定:

$a // b, b \subset \text{面} \alpha, a \not\subset \alpha \Rightarrow a // \text{面} \alpha$



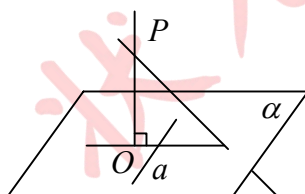
线面平行的性质:

$a // \text{面} \alpha, \alpha \subset \text{面} \beta, \alpha \cap \beta = b \Rightarrow a // b$

三垂线定理 (及逆定理):

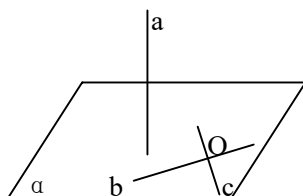
$PA \perp \text{面} \alpha, AO$ 为 PO 在 α 内射影, $a \subset \text{面} \alpha$, 则

$a \perp OA \Rightarrow a \perp PO; a \perp PO \Rightarrow a \perp AO$



线面垂直:

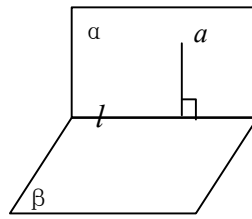
$a \perp b, a \perp c, b, c \subset \alpha, b \cap c = O \Rightarrow a \perp \alpha$



面面垂直:

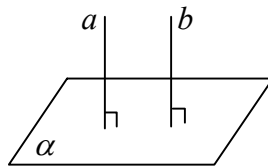
$a \perp \text{面} \alpha, a \subset \text{面} \beta \Rightarrow \beta \perp \alpha$

$\text{面} \alpha \perp \text{面} \beta, \alpha \cap \beta = l, a \subset \alpha, a \perp l \Rightarrow a \perp \beta$



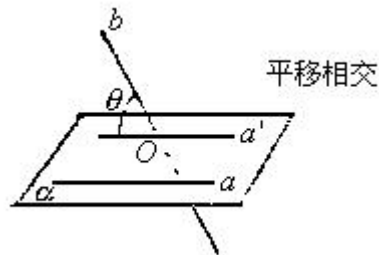
$$a \perp \text{面} \alpha, b \perp \text{面} \alpha \Rightarrow a \parallel b$$

$$\text{面} \alpha \perp a, \text{面} \beta \perp a \Rightarrow \alpha \parallel \beta$$



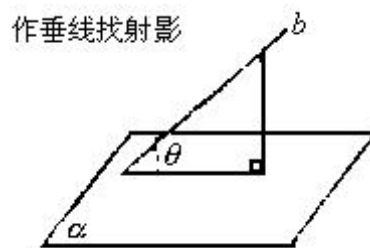
60. 三类角的定义及求法

(1) 异面直线所成的角 θ , $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$

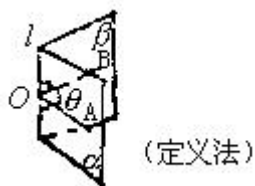


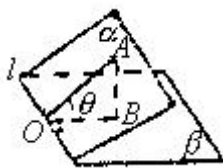
(2) 直线与平面所成的角 θ , $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

$\theta = 0^\circ$ 时, $b \parallel \alpha$ 或 $b \subset \alpha$



(3) 二面角: 二面角 $\alpha - l - \beta$ 的平面角 θ , $0^\circ < \theta \leq 180^\circ$





(三垂线定理法: $A \in \alpha$ 作或证 $AB \perp l$ 于 B , 作 $BO \perp l$ 于 O , 连 AO , 则 $AO \perp l$, $\therefore \angle AOB$ 为所求。)

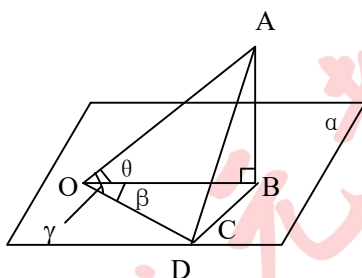
三类角的求法:

- ①找出或作出有关的角。
- ②证明其符合定义, 并指出所求作的角。
- ③计算大小(解直角三角形, 或用余弦定理)。

[练习]

(1) 如图, OA 为 α 的斜线 OB 为其在 α 内射影, OC 为 α 内过 O 点任一直线。

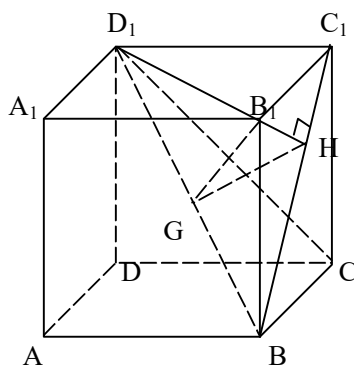
证明: $\cos \gamma = \cos \theta \cdot \cos \beta$



(θ 为线面成角, $\angle AOC = \gamma$, $\angle BOC = \beta$)

(2) 如图, 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中对角线 $BD_1=8$, BD_1 与侧面 B_1BCC_1 所成的角为 30° 。

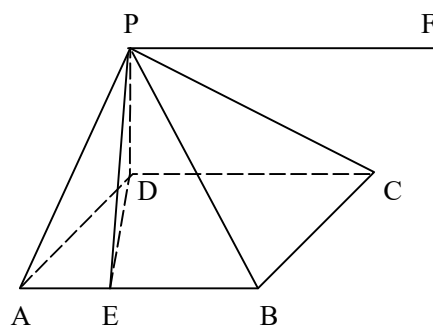
- ①求 BD_1 和底面 $ABCD$ 所成的角;
- ②求异面直线 BD_1 和 AD 所成的角;
- ③求二面角 $C_1-BD_1-B_1$ 的大小。



(① $\arcsin \frac{3}{4}$; ② 60° ; ③ $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{3}$)

(3) 如图 $ABCD$ 为菱形, $\angle DAB=60^\circ$, $PD \perp$ 面 $ABCD$, 且 $PD=AD$, 求面 PAB 与

面 PCD 所成的锐二面角的大小。



($\because AB \parallel DC$, P 为面 PAB 与面 PCD 的公共点, 作 $PF \parallel AB$, 则 PF 为面 PCD 与面 PAB 的交线……)

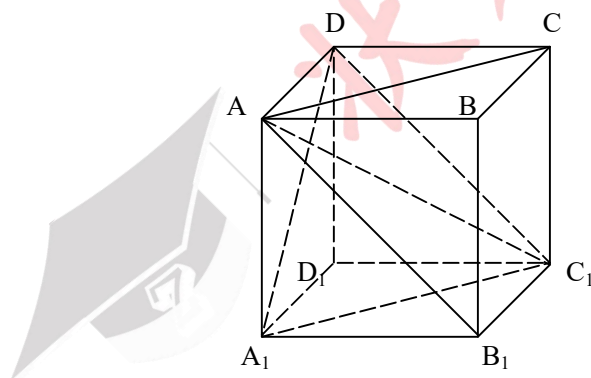
61. 空间有几种距离? 如何求距离?

点与点, 点与线, 点与面, 线与线, 线与面, 面与面间距离。

将空间距离转化为两点的距离, 构造三角形, 解三角形求线段的长(如: 三垂线定理法, 或者用等积转化法)。

如: 正方形 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为 a , 则:

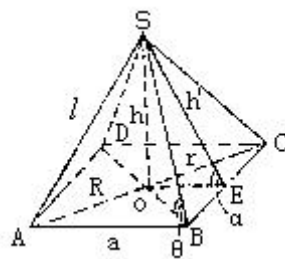
- (1) 点 C 到面 AB_1C_1 的距离为 _____;
- (2) 点 B 到面 ACB_1 的距离为 _____;
- (3) 直线 A_1D_1 到面 AB_1C_1 的距离为 _____;
- (4) 面 AB_1C 与面 A_1DC_1 的距离为 _____;
- (5) 点 B 到直线 A_1C_1 的距离为 _____。



62. 你是否准确理解正棱柱、正棱锥的定义并掌握它们的性质?

正棱柱——底面为正多边形的直棱柱

正棱锥——底面是正多边形, 顶点在底面的射影是底面的中心。



正棱锥的计算集中在四个直角三角形中:

$Rt\triangle SOB$, $Rt\triangle SOE$, $Rt\triangle BOE$ 和 $Rt\triangle SBE$

它们各包含哪些元素？

$$S_{\text{正棱锥侧}} = \frac{1}{2} C \cdot h' \quad (C \text{——底面周长, } h' \text{为斜高})$$

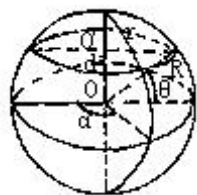
$$V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} \text{底面积} \times \text{高}$$

63. 球有哪些性质？

(1) 球心和截面圆心的连线垂直于截面 $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

(2) 球面上两点的距离是经过这两点的大圆的劣弧长。为此，要找球心角！

(3) 如图， θ 为纬度角，它是线面成角； α 为经度角，它是面面成角。



$$(4) S_{\text{球}} = 4\pi R^2, V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

(5) 球内接长方体的对角线是球的直径。正四面体的外接球半径 R 与内切球半径 r 之比为 $R:r=3:1$ 。

如：一正四面体的棱长均为 $\sqrt{2}$ ，四个顶点都在同一球面上，则此球的表面积为（ ）

A. 3π

B. 4π

C. $3\sqrt{3}\pi$

D. 6π

答案：A

64. 熟记下列公式了吗？

$$(1) l \text{ 直线的倾斜角 } \alpha \in [0, \pi), k = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2}, x_1 \neq x_2 \right)$$

$P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 是 l 上两点，直线 l 的方向向量 $\vec{a} = (1, k)$

(2) 直线方程：

点斜式： $y - y_0 = k(x - x_0)$ (k 存在)

斜截式： $y = kx + b$

截距式： $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

一般式： $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零)

$$(3) \text{点 } P(x_0, y_0) \text{ 到直线 } l: Ax + By + C = 0 \text{ 的距离 } d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

(4) l_1 到 l_2 的到角公式: $\tan \theta = \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1 k_2}$

l_1 与 l_2 的夹角公式: $\tan \theta = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1 k_2} \right|$

65. 如何判断两直线平行、垂直?

$$\left. \begin{array}{l} A_1 B_2 = A_2 B_1 \\ A_1 C_2 \neq A_2 C_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow l_1 \parallel l_2$$

$$k_1 = k_2 \Rightarrow l_1 \parallel l_2 \text{ (反之不一定成立)}$$

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0 \Leftrightarrow l_1 \perp l_2$$

$$k_1 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow l_1 \perp l_2$$

66. 怎样判断直线 l 与圆 C 的位置关系?

圆心到直线的距离与圆的半径比较。

直线与圆相交时, 注意利用圆的“垂径定理”。

67. 怎样判断直线与圆锥曲线的位置?

联立方程组 $\Rightarrow$ 关于 x (或 y) 的一元二次方程 $\Rightarrow$ “ Δ ”

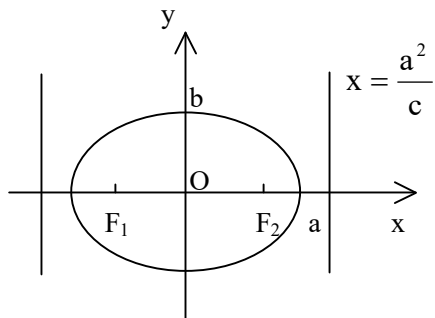
$\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 相交; $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 相切; $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 相离

68. 分清圆锥曲线的定义

$$\text{第一定义} \left\{ \begin{array}{l} \text{椭圆} \Leftrightarrow |PF_1| + |PF_2| = 2a, \quad 2a > 2c = |F_1 F_2| \\ \text{双曲线} \Leftrightarrow \left| |PF_1| - |PF_2| \right| = 2a, \quad 2a < 2c = |F_1 F_2| \\ \text{抛物线} \Leftrightarrow |PF| = |PK| \end{array} \right.$$

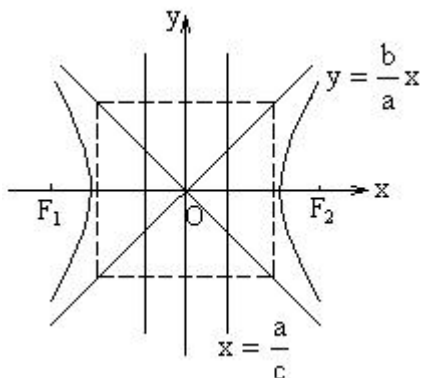
$$\text{第二定义: } e = \frac{|PF|}{|PK|} = \frac{c}{a}$$

$0 < e < 1 \Leftrightarrow$ 椭圆; $e > 1 \Leftrightarrow$ 双曲线; $e = 1 \Leftrightarrow$ 抛物线



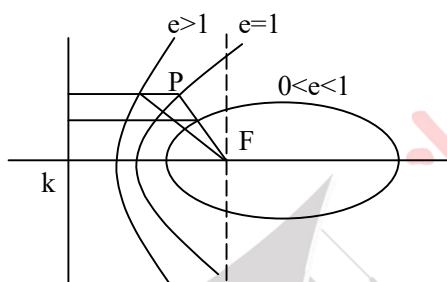
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0)$$

$$(a^2 = b^2 + c^2)$$



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0)$$

$$(c^2 = a^2 + b^2)$$



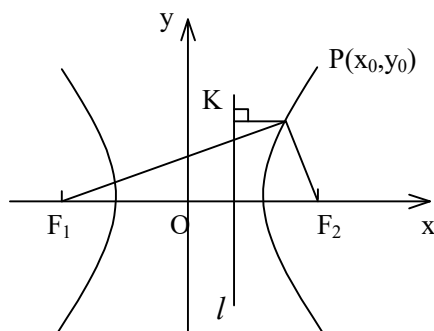
69. 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 有相同焦点的双曲线系为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \lambda \quad (\lambda \neq 0)$

70. 在圆锥曲线与直线联立求解时，消元后得到的方程，要注意其二次项系数是否为零？ $\Delta \geq 0$ 的限制。（求交点，弦长，中点，斜率，对称存在性问题都在 $\Delta \geq 0$ 下进行。）

$$\begin{aligned} \text{弦长公式 } |P_1P_2| &= \sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2]} \\ &= \sqrt{\left(1+\frac{1}{k^2}\right)[(y_1+y_2)^2 - 4y_1y_2]} \end{aligned}$$

71. 会用定义求圆锥曲线的焦半径吗？

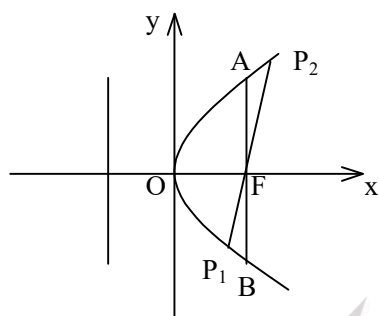
如：



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{|PF_2|}{|PK|} = e, \quad |PF_2| = e \left(x_0 - \frac{a^2}{c} \right) = ex_0 - a$$

$$|PF_1| = ex_0 + a$$



$$y^2 = 2px (p > 0)$$

通径是抛物线的所有焦点弦中最短者；以焦点弦为直径的圆与准线相切。

72. 有关中点弦问题可考虑用“代点法”。

如：椭圆 $mx^2 + ny^2 = 1$ 与直线 $y = 1 - x$ 交于 M、N 两点，原点与 MN 中点连

线的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则 $\frac{m}{n}$ 的值为 _____

$$\text{答案: } \frac{m}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

73. 如何求解“对称”问题？

(1) 证明曲线 C: $F(x, y) = 0$ 关于点 M(a, b) 成中心对称，设 A(x, y) 为曲线 C 上任意一点，设 A'(x', y') 为 A 关于点 M 的对称点。

$$\left(\text{由 } a = \frac{x+x'}{2}, b = \frac{y+y'}{2} \Rightarrow x' = 2a - x, y' = 2b - y \right)$$

只要证明 A'(2a - x, 2b - y) 也在曲线 C 上，即 $f(x') = y'$

$$(2) \text{ 点 } A、A' \text{ 关于直线 } l \text{ 对称} \Leftrightarrow \begin{cases} AA' \perp l \\ AA' \text{ 中点在 } l \text{ 上} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k_{AA'} \cdot k_l = -1 \\ AA' \text{ 中点坐标满足 } l \text{ 方程} \end{cases}$$

74. 圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)

椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)

75. 求轨迹方程的常用方法有哪些？注意讨论范围。

(直接法、定义法、转移法、参数法)

76. 对线性规划问题：作出可行域，作出以目标函数为截距的直线，在可行域内平移直线，求出目标函数的最值。



$$y^2 = 2px (p > 0)$$

通径是抛物线的所有焦点弦中最短者；以焦点弦为直径的圆与准线相切。

72. 有关中点弦问题可考虑用“代点法”。

如：椭圆 $mx^2 + ny^2 = 1$ 与直线 $y = 1 - x$ 交于 M、N 两点，原点与 MN 中点连

线的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则 $\frac{m}{n}$ 的值为 _____

答案： $\frac{m}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

73. 如何求解“对称”问题？

(1) 证明曲线 $C: F(x, y) = 0$ 关于点 $M(a, b)$ 成中心对称，设 $A(x, y)$ 为曲线 C 上任意一点，设 $A'(x', y')$ 为 A 关于点 M 的对称点。

$$(\text{由 } a = \frac{x+x'}{2}, b = \frac{y+y'}{2} \Rightarrow x' = 2a - x, y' = 2b - y)$$

只要证明 $A'(2a - x, 2b - y)$ 也在曲线 C 上，即 $f(x') = y'$

$$(2) \text{ 点 } A、A' \text{ 关于直线 } l \text{ 对称} \Leftrightarrow \begin{cases} AA' \perp l \\ AA' \text{ 中点在 } l \text{ 上} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k_{AA'} \cdot k_l = -1 \\ AA' \text{ 中点坐标满足 } l \text{ 方程} \end{cases}$$

74. 圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)

椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)

75. 求轨迹方程的常用方法有哪些？注意讨论范围。

(直接法、定义法、转移法、参数法)

76. 对线性规划问题：作出可行域，作出以目标函数为截距的直线，在可行域内平移直线，求出目标函数的最值。

高中物理知识点总结

一、力 物体的平衡

1. 力是物体对物体的作用，是物体发生形变和改变物体的运动状态（即产生加速度）的原因。力是矢量。

2. 重力

（1）重力是由于地球对物体的吸引而产生的。〔注意〕重力是由于地球的吸引而产生，但不能说重力就是地球的吸引力，重力是万有引力的一个分力。但在地球表面附近，可以认为重力近似等于万有引力

（二）重力的大小：地球表面 $G=mg$ ，离地面高 h 处 $G'=mg'$ ，其中 $g'=[R/(R+h)]^2g$ 。

（3）重力的方向：竖直向下（不一定指向地心）。

（4）重心：物体的各部分所受重力合力的作用点，物体的重心不一定在物体上。

3. 弹力

（1）产生原因：由于发生弹性形变的物体有恢复形变的趋势而产生的。

（2）产生条件：①直接接触；②有弹性形变。

（3）弹力的方向：与物体形变的方向相反，弹力的受力物体是引起形变的物体，施力物体是发生形变的物体。在点面接触的情况下，垂直于面；在两个曲面接触（相当于点接触）的情况下，垂直于过接触点的公切面。

①绳的拉力方向总是沿着绳且指向绳收缩的方向，且一根轻绳上的张力大小处处相等。

②轻杆既可产生压力，又可产生拉力，且方向不一定沿杆。

3. 弹力的大小：一般情况下应根据物体的运动状态，利用平衡条件或牛顿定律来求解。弹簧弹力可由胡克定律来求解。

★胡克定律：在弹性限度内，弹簧弹力的大小和弹簧的形变量成正比，即 $F=kx$ ， k 为弹簧的劲度系数，它只与弹簧本身因素有关，单位是 N/m 。

4. 摩擦力

（1）产生的条件：①相互接触的物体间存在压力；②接触面不光滑；③接触的物体之间有相对运动（滑动摩擦力）或相对运动的趋势（静摩擦力），这三点缺一不可。

（2）摩擦力的方向：沿接触面切线方向，与物体相对运动或相对运动趋势的方向相反，与物体运动的方向可以相同也可以相反。

（3）判断静摩擦力方向的方法：

①假设法：首先假设两物体接触面光滑，这时若两物体不发生相对运动，则说明它们原来没有相对运动趋势，也没有静摩擦力；若两物体发生相对运动，则说明它们原来有相对运动趋势，并且原来相对运动趋势的方向跟假设接触面光滑时相对运动的方向相同。然后根据静摩擦力的方向跟物体相对运动趋势的方向相反确定静摩擦力方向。

②**平衡法**:根据二力平衡条件可以判断静摩擦力的方向.

(4) 大小:先判明是何种摩擦力,然后再根据各自的规律去分析求解.

①**滑动摩擦力大小**:利用公式 $f = \mu F_N$ 进行计算,其中 F_N 是物体的正压力,不一定等于物体的重力,甚至可能和重力无关.或者根据物体的运动状态,利用平衡条件或牛顿定律来求解.

②**静摩擦力大小**:静摩擦力大小可在0与 $f_{\max}$ 之间变化,一般应根据物体的运动状态由平衡条件或牛顿定律来求解.

5. 物体的受力分析

(1) 确定所研究的物体,分析周围物体对它产生的作用,不要分析该物体施于其他物体上的力,也不要把作用在其他物体上的力错误地认为通过“力的传递”作用在研究对象上.

(2) 按“**性质力**”的顺序分析.即按重力、弹力、摩擦力、其他力顺序分析,不要把“效果力”与“性质力”混淆重复分析. {性质力和“效果力”是两种不同的力的分类方法.效果力是按力的作用效果定义的,而性质力是按力的本身的性质定义的,比如“弹力”它就是性质力,它的定义是从“变形”“恢复原状”“产生力”定义的,它既是弹力产生的过程,也是弹力的性质,它根本没效果的痕迹,绝不能说因为“弹”才有力,而效果力都可以这样说:因为它是使物体运动的力所以叫“动力”;因为物体力的效果是使物体相互吸引,所以叫“吸引力”;因为对平面有压的效果所以这个力才叫“压力”.再比如“摩擦力”是性质力,因为它的定义上没有“摩擦”的痕迹,但“滑动摩擦力”“滚动摩擦力”“静摩擦力”就是效果力了,因为字面上已经存在了力的作用效果“滑动”“静”等.另外还有一点除重力外,其它的性质力概念都比较宽,一般都包含几种常见的效果力,而效果力中可以是某个性质力承担,但没有一个效果力可以说它包含某个性质力.性质力在高中阶段只有六种“重力、弹力、摩擦力、分子力、电场力、磁场力”除些之外题上的力就都是效果力了.}

(3) 如果有一个力的方向难以确定,可用假设法分析.先假设此力不存在,想像所研究的物体会发生怎样的运动,然后审查这个力应在什么方向,对象才能满足给定的运动状态.

6. 力的合成与分解

(1) 合力与分力:如果一个力作用在物体上,它产生的效果跟几个力共同作用产生的效果相同,这个力就叫做那几个力的合力,而那几个力就叫做这个力的分力. (2) 力合成与分解的根本方法:平行四边形定则.

(3) 力的合成:求几个已知力的合力,叫做力的合成. 共点的两个力 (F_1 和 F_2) 合力大小 F 的取值范围为: $|F_1 - F_2| \leq F \leq F_1 + F_2$.

(4) 力的分解:求一个已知力的分力,叫做力的分解(力的分解与力的合成互为逆运算).

在实际问题中,通常将已知力按力产生的实际作用效果分解;为方便某些问题的研究,在很多问题中都采用正交分解法.

7. 共点力的平衡

(1) 共点力:作用在物体的同一点,或作用线相交于一点的几个力.

(2) 平衡状态:物体保持匀速直线运动或静止叫平衡状态,是加速度等于零的状态.

(3) ★**共点力作用下的物体的平衡条件**:物体所受的合外力为零,即 $\sum F = 0$. 若采用正交分解法求解平衡问题,则平衡条件应为: $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$.

(4) 解决平衡问题的常用方法:隔离法、整体法、图解法、三角形相似法、正交分解法

等等.

1. 直线运动

1. **机械运动**: 一个物体相对于另一个物体的位置的改变叫做机械运动, 简称运动, 它包括平动, 转动和振动等运动形式. 为了研究物体的运动需要选定参照物 (即假定为不动的物体), 对同一个物体的运动, 所选择的参照物不同, 对它的运动的描述就会不同, 通常以地球为参照物来研究物体的运动.

2. **质点**: 用来代替物体的只有质量没有形状和大小的点, 它是一个理想化的物理模型. 仅凭物体的大小不能做视为质点的依据.

3. **位移和路程**: 位移描述物体位置的变化, 是从物体运动的初位置指向末位置的有向线段, 是矢量. 路程是物体运动轨迹的长度, 是标量.

路程和位移是完全不同的概念, 仅就大小而言, 一般情况下位移的大小小于路程, 只有在单方向的直线运动中, 位移的大小才等于路程.

4. 速度和速率

(1) **速度**: 描述物体运动快慢的物理量. 是矢量.

① **平均速度**: 质点在某段时间内的位移与发生这段位移所用时间的比值叫做这段时间 (或位移) 的平均速度 v , 即 $v = s/t$, 平均速度是对变速运动的粗略描述.

② **瞬时速度**: 运动物体在某一时刻 (或某一位置) 的速度, 方向沿轨迹上质点所在点的切线方向指向前进的一侧. 瞬时速度是对变速运动的精确描述.

(2) **速率**: ① 速率只有大小, 没有方向, 是标量.

② **平均速率**: 质点在某段时间内通过的路程和所用时间的比值叫做这段时间内的平均速率. 在一般变速运动中平均速度的大小不一定等于平均速率, 只有在单方向的直线运动, 二者才相等.

5. 加速度

(1) **加速度**是描述速度变化快慢的物理量, 它是矢量. 加速度又叫速度变化率.

(2) **定义**: 在匀变速直线运动中, 速度的变化 Δv 跟发生这个变化所用时间 Δt 的比值, 叫

做匀变速直线运动的加速度, 用 a 表示.
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t - t_0}$$

(3) **方向**: 与速度变化 Δv 的方向一致, 但不一定与 v 的方向一致.

[注意] 加速度与速度无关. 只要速度在变化, 无论速度大小, 都有加速度; 只要速度不变化 (匀速), 无论速度多大, 加速度总是零; 只要速度变化快, 无论速度是大、是小或是零, 物体加速度就大.

6. **匀速直线运动** (1) **定义**: 在任意相等的时间内位移相等的直线运动叫做匀速直线运动.

(2) **特点**: $a=0$, v =恒量. (3) **位移公式**: $S=vt$.

7. 匀变速直线运动 (1) 定义: 在任意相等的时间内速度的变化相等的直线运动叫匀变速直线运动.

(2) 特点: $a = \text{恒量}$ (3) ★公式: 速度公式: $V = V_0 + at$ 位移公式: $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

速度位移公式: $v_t^2 - v_0^2 = 2as$ 平均速度 $V = \frac{v_0 + v_t}{2}$

以上各式均为矢量式, 应用时应规定正方向, 然后把矢量化为代数量求解, 通常选初速度方向为正方向, 凡是跟正方向一致的取“+”值, 跟正方向相反的取“-”值.

8. 重要结论

(1) 匀变速直线运动的质点, 在任意两个连续相等的时间 T 内的位移差值是恒量, 即

$$\Delta S = S_{n+1} - S_n = aT^2 = \text{恒量}$$

(2) 匀变速直线运动的质点, 在某段时间内的中间时刻的瞬时速度, 等于这段时间内的平均速度, 即:

$$v = v_{\frac{t}{2}} = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

9. 自由落体运动

(1) 条件: 初速度为零, 只受重力作用. (2) 性质: 是一种初速为零的匀加速直线运动, $a = g$.

(3) 公式: $v_t = gt, s = \frac{1}{2} gt^2, v_t^2 = 2gs$.

10. 运动图像

(1) 位移图像 ($s-t$ 图像): ①图像上一点切线的斜率表示该时刻所对应速度;

②图像是直线表示物体做匀速直线运动, 图像是曲线则表示物体做变速运动;

③图像与横轴交叉, 表示物体从参考点的一边运动到另一边.

(2) 速度图像 ($v-t$ 图像): ①在速度图像中, 可以读出物体在任何时刻的速度;

②在速度图像中, 物体在一段时间内的位移大小等于物体的速度图像与这段时间轴所围面积的值.

③在速度图像中, 物体在任意时刻的加速度就是速度图像上所对应的点的切线的斜率.

④图线与横轴交叉, 表示物体运动的速度反向.

⑤图线是直线表示物体做匀变速直线运动或匀速直线运动; 图线是曲线表示物体做变加速运动.

三、牛顿运动定律

★1. **牛顿第一定律**:一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态,直到有外力迫使它改变这种运动状态为止.

(1) 运动是物体的一种属性,物体的运动不需要力来维持.

(2) 定律说明了任何物体都有惯性.

(3) 不受力的物体是不存在的. 牛顿第一定律不能用实验直接验证,但是建立在大量实验现象的基础之上,通过思维的逻辑推理而发现的. 它告诉了人们研究物理问题的另一种新方法:通过观察大量的实验现象,利用人的逻辑思维,从大量现象中寻找事物的规律.

(4) 牛顿第一定律是牛顿第二定律的基础,不能简单地认为它是牛顿第二定律不受外力时的特例,牛顿第一定律定性地给出了力与运动的关系,牛顿第二定律定量地给出力与运动的关系.

2. 惯性:物体保持匀速直线运动状态或静止状态的性质.

(1) 惯性是物体的固有属性,即一切物体都有惯性,与物体的受力情况及运动状态无关. 因此说,人们只能“利用”惯性而不能“克服”惯性. (2) 质量是物体惯性大小的量度.

★★★3. **牛顿第二定律**:物体的加速度跟所受的外力的合力成正比,跟物体的质量成反比,加速度的方向跟合外力的方向相同,表达式 $F_{\text{合}} = ma$.

(1) 牛顿第二定律定量揭示了力与运动的关系,即知道了力,可根据牛顿第二定律,分析出物体的运动规律;反过来,知道了运动,可根据牛顿第二定律研究其受力情况,为设计运动,控制运动提供了理论基础.

(2) 对牛顿第二定律的数学表达式 $F_{\text{合}} = ma$, $F_{\text{合}}$ 是力, ma 是力的作用效果,特别要注意不能把 ma 看作是力.

(3) 牛顿第二定律揭示的是力的瞬间效果. 即作用在物体上的力与它的效果是瞬时对应关系,力变加速度就变,力撤除加速度就为零,注意力的瞬间效果是加速度而不是速度.

(4) 牛顿第二定律 $F_{\text{合}} = ma$, $F_{\text{合}}$ 是矢量, ma 也是矢量,且 ma 与 $F_{\text{合}}$ 的方向总是一致的. $F_{\text{合}}$ 可以进行合成与分解, ma 也可以进行合成与分解.

4. ★**牛顿第三定律**:两个物体之间的作用力与反作用力总是大小相等,方向相反,作用在同一直线上.

(1) 牛顿第三运动定律指出了两物体之间的作用是相互的,因而力总是成对出现的,它们总是同时产生,同时消失. (2) 作用力和反作用力总是同种性质的力.

(3) 作用力和反作用力分别作用在两个不同的物体上,各产生其效果,不可叠加.

5. **牛顿运动定律的适用范围**:宏观低速的物体和在惯性系中.

6. 超重和失重

(1) 超重:物体有向上的加速度称物体处于超重. 处于超重的物体对支持面的压力 F_N (或对悬挂物的拉力) 大于物体的重力 mg , 即 $F_N = mg + ma$.

(2) 失重:物体有向下的加速度称物体处于失重. 处于失重的物体对支持面的压力 F_N (或对

悬挂物的拉力) 小于物体的重力 mg . 即 $F_N = mg - ma$. 当 $a = g$ 时 $F_N = 0$, 物体处于完全失重.

(3) 对超重和失重的理解应当注意的问题

①不管物体处于失重状态还是超重状态, 物体本身的重力并没有改变, 只是物体对支持物的压力 (或对悬挂物的拉力) 不等于物体本身的重力. ②超重或失重现象与物体的速度无关, 只决定于加速度的方向. “加速上升”和“减速下降”都是超重; “加速下降”和“减速上升”都是失重. ③在完全失重的状态下, 平常一切由重力产生的物理现象都会完全消失, 如单摆停摆、天平失效、浸在水中的物体不再受浮力、液体柱不再产生压强等.

7. 处理连接题问题——通常是用整体法求加速度, 用隔离法求力.

四、曲线运动 万有引力

1. 曲线运动

(1) 物体作曲线运动的条件: 运动质点所受的合外力 (或加速度) 的方向跟它的速度方向不在同一直线 (2) 曲线运动的特点: 质点在某一点的速度方向, 就是通过该点的曲线的切线方向. 质点的速度方向时刻在改变, 所以曲线运动一定是变速运动.

(3) 曲线运动的轨迹: 做曲线运动的物体, 其轨迹向合外力所指一方弯曲, 若已知物体的运动轨迹, 可判断出物体所受合外力的大致方向, 如平抛运动的轨迹向下弯曲, 圆周运动的轨迹总向圆心弯曲等.

2. 运动的合成与分解

(1) 合运动与分运动的关系: ①等时性; ②独立性; ③等效性.

任意时刻的位置 (相对于抛出点的位移) $s = s_x^2 + s_y^2$
 $\tan \alpha = y/x$
运动时间: $t = \frac{2h}{g}$ 取决于竖直下落的高度
射程: $x = v_0 \frac{2h}{g}$ 取决于竖直下落的高度和初速度

(2) 运动的合成与分解的法则: 平行四边形定则.

(3) 分解原则: 根据运动的实际效果分解, 物体的实际运动为合运动.

3. ★★★平抛运动

(1) 特点: ①具有水平方向的初速度; ②只受重力作用, 是加速度为重力加速度 g 的匀变速曲线运动.

(2) 运动规律: 平抛运动可以分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动.

①建立直角坐标系 (一般以抛出点为坐标原点 O , 以初速度 v_0 方向为 x 轴正方向, 竖直向下为 y 轴正方向);

②由两个分运动规律来处理 (如右图).



4. 圆周运动

(1) 描述圆周运动的物理量

①线速度: 描述质点做圆周运动的快慢,

水平方向上, $v_x = v_0, x = v_0 t$
竖直方向上: $v_y = gt, y = \frac{1}{2} gt^2$
任意时刻的速度: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
 $\tan \beta = v_y/v_x = gt/v_0$

大小 $v=s/t$ (s 是 t 时间内通过弧长), 方向为质点在圆弧某点的线速度方向沿圆弧该点的切线方向

②角速度:描述质点绕圆心转动的快慢, 大小 $\omega=\phi/t$ (单位 rad/s), ϕ 是连接质点和圆心的半径在 t 时间内转过的角度. 其方向在中学阶段不研究.

③周期 T , 频率 f ——做圆周运动的物体运动一周所用的时间叫做周期.

——做圆周运动的物体单位时间内沿圆周绕圆心转过的圈数叫做频率.

④ v, ω, T, f 的关系: $T=\frac{1}{f}, \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f, v=\frac{2\pi r}{T}=2\pi f r=\omega r$

⑤向心加速度:描述物体线速度方向改变快慢, 大小 $a=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=4\pi^2 f^2 r=\frac{4\pi^2}{T^2} r$ $r=\omega r$, 方向总是指向圆心, 时刻在变化.

⑥向心力:总是指向圆心, 产生向心加速度, 向心力只改变线速度的方向, 不改变速度的大小.

大小 $F=ma=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2 r=m\frac{4\pi^2}{T^2} r=4\pi^2 m f^2 r$. [注意] 向心力是根据力的效果命名的.

在分析做圆周运动的质点受力情况时, 千万不可在物体受力之外再添加一个向心力.

(2) 匀速圆周运动:线速度的大小恒定, 角速度、周期和频率都是恒定不变的, 向心加速度和向心力的大小也都是恒定不变的, 是速度大小不变而速度方向时刻在变的变速曲线运动.

(3) 变速圆周运动:速度大小方向都发生变化, 不仅存在着向心加速度(改变速度的方向), 而且还存在着切向加速度(方向沿着轨道的切线方向, 用来改变速度的大小). 一般而言, 合加速度方向不指向圆心, 合力不一定等于向心力. 合外力在指向圆心方向的分力充当向心力, 产生向心加速度; 合外力在切线方向的分力产生切向加速度. ①如右上图情景中, 小球恰能过最高点的条件是 $v \geq v_{\text{临}}$ $v_{\text{临}}$ 由重力提供向心力得 $v_{\text{临}}=\sqrt{gr}$ ②如右下图情景中, 小球恰能过最高点的条件是 $v \geq 0$.

5★. 万有引力定律

(1) 万有引力定律: 宇宙间的一切物体都是互相吸引的. 两个物体间的引力的大小, 跟它们的质量的乘积成正比, 跟它们的距离的平方成反比.

公式: $F=G\frac{m_1 m_2}{r^2}$, 其中 $G=6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

(2) ★★★应用万有引力定律分析天体的运动

①基本方法:把天体的运动看成是匀速圆周运动, 其所需向心力由万有引力提供. 即 $F_{\text{引}}=F_{\text{向}}$ 得:

$$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2 r=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r=m(2\pi f)^2 r$$

应用时可根据实际情况选用适当的公式进行分析或计算. ②天体质量 M 、密度 ρ 的估算:

测出卫星绕天体匀速圆周运动的半径 R 和周期 T , 由 $G\frac{Mm}{r^2} = m(\frac{2\pi}{T})^2 r$
 得 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$, $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3\pi^2}{GT^2 r^3}$, r_0 为天体的半径.

当卫星沿天体表面绕天体运行时, $r = r_0$, 则 $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$

③卫星的绕行速度、角速度、周期与半径 r 的关系:

由 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ 得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$,

$\therefore r$ 越大, v 越小

由 $G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$, 得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$, $\therefore r$ 越大, ω 越小

由 $G\frac{Mm}{r^2} = m(\frac{2\pi}{T})^2 r$ 得 $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, $\therefore r$ 越大, T 越大

(3) 三种宇宙速度

①第一宇宙速度: $v_1 = 7.9 \text{ km/s}$, 它是卫星的最小发射速度, 也是地球卫星的最大环绕速度.

②第二宇宙速度 (脱离速度): $v_2 = 11.2 \text{ km/s}$, 使物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度.

③第三宇宙速度 (逃逸速度): $v_3 = 16.7 \text{ km/s}$, 使物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度.

(4) 地球同步卫星

所谓地球同步卫星, 是相对于地面静止的, 这种卫星位于赤道上方某一高度的稳定轨道上, 且绕地球运动的周期等于地球的自转周期, 即 $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$, 离地面高

度 $h = \sqrt[3]{\frac{R^3 T^2}{4\pi^2}} - R = 3.56 \times 10^7 \text{ m}$.

同步卫星的轨道一定在赤道平面内, 并且只有一条. 所有同步卫星都在这条轨道上, 以大小相同的线速度, 角速度和周期运行着.

(5) 卫星的超重和失重

“超重”是卫星进入轨道的加速上升过程和回收时的减速下降过程, 此情景与“升降机”中物体超重相同. “失重”是卫星进入轨道后正常运转时, 卫星上的物体完全“失重” (因为重力提供向心力), 此时, 在卫星上的仪器, 凡是制造原理与重力有关的均不能正常使用.

五、动量

1. 动量和冲量

(1) 动量: 运动物体的质量和速度的乘积叫做动量, 即 $p = mv$. 是矢量, 方向与 v 的方向相同. 两个动量相同必须是大小相等, 方向一致.

(2) 冲量: 力和力的作用时间的乘积叫做该力的冲量, 即 $I = Ft$. 冲量也是矢量, 它的方向由力的方向决定.

2. ★★动量定理: 物体所受合外力的冲量等于它的动量的变化. 表达式: $Ft = p' - p$ 或 $Ft = mv' - mv$.

(1) 上述公式是一矢量式, 运用它分析问题时要特别注意冲量、动量及动量变化量的方向.

(2) 公式中的 F 是研究对象所受的包括重力在内的所有外力的合力.

(3) 动量定理的研究对象可以是单个物体, 也可以是物体系统. 对物体系统, 只需分析系统受的外力, 不必考虑系统内力. 系统内力的作用不改变整个系统的总动量.

(4) 动量定理不仅适用于恒定的力, 也适用于随时间变化的力. 对于变力, 动量定理中的力 F 应当理解为变力在作用时间内的平均值.

★★★ **3. 动量守恒定律:** 一个系统不受外力或者所受外力之和为零, 这个系统的总动量保持不变...

表达式: $m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{1x}' + m_2 v_{2x}'$

(1) 动量守恒定律成立的条件

①系统不受外力或系统所受外力的合力为零.

②系统所受的外力的合力虽不为零, 但系统外力比内力小得多, 如碰撞问题中的摩擦力, 爆炸过程中的重力等外力比起相互作用的内力来小得多, 可以忽略不计.

③系统所受外力的合力虽不为零, 但在某个方向上的分量为零, 则在该方向上系统的总动量的分量保持不变.

(2) 动量守恒的速度具有“四性”: ①矢量性; ②瞬时性; ③相对性; ④普适性.

4. 爆炸与碰撞

(1) 爆炸、碰撞类问题的共同特点是物体间的相互作用突然发生, 作用时间很短, 作用力很大, 且远大于系统受的外力, 故可用动量守恒定律来处理.

(2) 在爆炸过程中, 有其他形式的能转化为动能, 系统的动能爆炸后会增加, 在碰撞过程中, 系统的总动能不可能增加, 一般有所减少而转化为内能.

(3) 由于爆炸、碰撞类问题作用时间很短, 作用过程中物体的位移很小, 一般可忽略不计, 可以把作用过程作为一个理想化过程简化处理. 即作用后还从作用前瞬间的位置以新的动量开始运动.

5. 反冲现象: 反冲现象是指在系统内力作用下, 系统内一部分物体向某方向发生动量变化时, 系统内其余部分物体向相反的方向发生动量变化的现象. 喷气式飞机、火箭等都是利用反冲运动的实例. 显然, 在反冲现象里, 系统的动量是守恒的.

六、机械能

七、1. 功

(1) 功的定义: 力和作用在力的方向上通过的位移的乘积. 是描述力对空间积累效应的物理量, 是过程量.

定义式: $W = F \cdot s \cdot \cos \theta$, 其中 F 是力, s 是力的作用点位移 (对地), θ 是力与位移间的夹角.

(2) 功的大小的计算方法:

①恒力的功可根据 $W = F \cdot S \cdot \cos \theta$ 进行计算, 本公式只适用于恒力做功. ②根据 $W = P \cdot t$, 计算一段时间内平均做功. ③利用动能定理计算力的功, 特别是变力所做的功. ④根据功是能量转化的量度反过来可求功.

(3) 摩擦力、空气阻力做功的计算: 功的大小等于力和路程的乘积.

发生相对运动的两物体的这一对相互摩擦力做的总功: $W = fd$ (d 是两物体间的相对路程)... 且 $W = Q$ (摩擦生热).

2. 功率

(1) 功率的概念: 功率是表示力做功快慢的物理量, 是标量. 求功率时一定要分清是求哪个力的功率, 还要分清是求平均功率还是瞬时功率.

(2) 功率的计算 ①平均功率: $P = W/t$ (定义式) 表示时间 t 内的平均功率, 不管是恒力做功, 还是变力做功, 都适用. ②瞬时功率: $P = F \cdot v \cdot \cos \alpha$ P 和 v 分别表示 t 时刻的功率和速度, α 为两者间的夹角.

(3) 额定功率与实际功率: 额定功率: 发动机正常工作时的最大功率. 实际功率: 发动机实际输出的功率, 它可以小于额定功率, 但不能长时间超过额定功率.

(4) 交通工具的启动问题通常说的机车的功率或发动机的功率实际是指其牵引力的功率.

①以恒定功率 P 启动: 机车的运动过程是先作加速度减小的加速运动, 后以最大速度 $v_m = P/f$ 作匀速直线运动.

②以恒定牵引力 F 启动: 机车先作匀加速运动, 当功率增大到额定功率时速度为 $v_1 = P/F$, 而后开始作加速度减小的加速运动, 最后以最大速度 $v_m = P/f$ 作匀速直线运动.

3. 动能: 物体由于运动而具有的能量叫做动能. 表达式: $E_k = mv^2/2$ (1) 动能是描述物体运动状态的物理量. (2) 动能和动量的区别和联系

①动能是标量, 动量是矢量, 动量改变, 动能不一定改变; 动能改变, 动量一定改变.

②两者的物理意义不同: 动能和功相联系, 动能的变化用功来量度; 动量和冲量相联系, 动量的变化用冲量来量度. ③两者之间的大小关系为 $E_k = P^2/2m$

4. ★★★★★ 动能定理: 外力对物体所做的总功等于物体动能的变化. 表达式

$$W_{\text{合}} = \frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

(1) 动能定理的表达式是在物体受恒力作用且做直线运动的情况下得出的. 但它也适用于变力及物体作曲线运动的情况. (2) 功和动能都是标量, 不能利用矢量法则分解, 故动能定理无分量式.

(3) 应用动能定理只考虑初、末状态, 没有守恒条件的限制, 也不受力的性质和物理过程的变化影响. 所以, 凡涉及力和位移, 而不涉及力的作用时间的动力学问题, 都可以用动

能定理分析和解答,而且一般都比用牛顿运动定律和机械能守恒定律简捷....

(4) 当物体的运动是由几个物理过程所组成,又不需要研究过程的中间状态时,可以把这几个物理过程看作一个整体进行研究,从而避开每个运动过程的具体细节,具有过程简明、方法巧妙、运算量小等优点.

5. 重力势能

(1) 定义:地球上的物体具有跟它的高度有关的能量,叫做重力势能, $E_p = mgh$.

①重力势能是地球和物体组成的系统共有的,而不是物体单独具有的. ②重力势能的大小和零势能面的选取有关. ③重力势能是标量,但有“+”、“-”之分.

(2) 重力做功的特点:重力做功只决定于初、末位置间的高度差,与物体的运动路径无关. $W_G = mgh$.

(3) 做功跟重力势能改变的关系:重力做功等于重力势能增量的负值. 即 $W_G = -\Delta E_p$.

6. 弹性势能:物体由于发生弹性形变而具有的能量.

★★★ 7. 机械能守恒定律

(1) 动能和势能(重力势能、弹性势能)统称为机械能, $E = E_k + E_p$.

(2) 机械能守恒定律的内容:在只有重力(和弹簧弹力)做功的情形下,物体动能和重力势能(及弹性势能)发生相互转化,但机械能的总量保持不变. (3) 机械能守恒定律的表达

式 $mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$

(4) 系统机械能守恒的三种表示方式:

①系统初态的总机械能 E_1 等于末态的总机械能 E_2 , 即 $E_1 = E_2$

②系统减少的总重力势能 $\Delta E_{p减}$ 等于系统增加的总动能 $\Delta E_{k增}$, 即 $\Delta E_{p减} = \Delta E_{k增}$

③若系统只有 A、B 两物体, 则 A 物体减少的机械能等于 B 物体增加的机械能, 即 $\Delta E_{A减} = \Delta E_{B增}$

[注意] 解题时究竟选取哪一种表达形式, 应根据题意灵活选取;需注意的是:选用①式时, 必须规定零势能参考面, 而选用②式和③式时, 可以不规范零势能参考面, 但必须分清能量的减少量和增加量.

(5) 判断机械能是否守恒的方法

①用做功来判断:分析物体或物体受力情况(包括内力和外力), 明确各力做功的情况, 若对物体或系统只有重力或弹簧弹力做功, 没有其他力做功或其他力做功的代数和为零, 则机械能守恒.

②用能量转化来判定:若物体系统中只有动能和势能的相互转化而无机械能与其他形式的能的转化, 则物体系统机械能守恒.

③对一些绳子突然绷紧, 物体间非弹性碰撞等问题, 除非题目特别说明, 机械能必定不守恒, 完全非弹性碰撞过程机械能也不守恒.

8. 功能关系

- (1) 当只有重力（或弹簧弹力）做功时，物体的机械能守恒。
- (2) 重力对物体做的功等于物体重力势能的减少： $W_G = E_{p1} - E_{p2}$ 。
- (3) 合外力对物体所做的功等于物体动能的变化： $W_{合} = E_{k2} - E_{k1}$ （动能定理）
- (4) 除了重力（或弹簧弹力）之外的力对物体所做的功等于物体机械能的变化： $W_F = E_2 - E_1$

9. 能量和动量的综合运用

动量与能量的综合问题，是高中力学最重要的综合问题，也是难度较大的问题。分析这类问题时，应首先建立清晰的物理图景，抽象出物理模型，选择物理规律，建立方程进行求解。这一部分的主要模型是碰撞。而碰撞过程，一般都遵从动量守恒定律，但机械能不一定守恒，对弹性碰撞就守恒，非弹性碰撞就不守恒，总的能量是守恒的，对于碰撞过程的能量要分析物体间的转移和转换。从而建立碰撞过程的能量关系方程。根据动量守恒定律和能量关系分别建立方程，两者联立进行求解，是这一部分常用的解决物理问题的方法。

七、机械振动和机械波

1. 简谐运动

(1) 定义：物体在跟偏离平衡位置的位移大小成正比，并且总是指向平衡位置的回复力的作用下的振动，叫做简谐运动。

(2) 简谐运动的特征：回复力 $F = -kx$ ，加速度 $a = -kx/m$ ，方向与位移方向相反，总指向平衡位置。

简谐运动是一种**变加速**运动，在平衡位置时，速度最大，加速度为零；在最大位移处，速度为零，加速度最大。

(3) 描述简谐运动的物理量

- ①位移 x ：由平衡位置指向振动质点所在位置的有向线段，是矢量，其最大值等于振幅。
- ②振幅 A ：振动物体离开平衡位置的最大距离，是标量，表示振动的强弱。
- ③周期 T 和频率 f ：表示振动快慢的物理量，二者互为倒数关系，即 $T = 1/f$ 。

(4) 简谐运动的图像

- ①意义：表示振动物体位移随时间变化的规律，注意振动图像不是质点的运动轨迹。
- ②特点：简谐运动的图像是正弦（或余弦）曲线。
- ③应用：可直观地读取振幅 A 、周期 T 以及各时刻的位移 x ，判定回复力、加速度方向，判定某段时间内位移、回复力、加速度、速度、动能、势能的变化情况。

2. 弹簧振子：**周期和频率只取决于弹簧的劲度系数和振子的质量，与其放置的环境和放置的方式无任何关系**。如某一弹簧振子做简谐运动时的周期为 T ，不管把它放在地球上、月球上还是卫星中；是水平放置、倾斜放置还是竖直放置；振幅是大还是小，它的周期就都是 T 。

3. 单摆：摆线的质量不计且不可伸长，摆球的直径比摆线的长度小得多，摆球可视为质点。

单摆是一种理想化模型。(1) 单摆的振动可看作简谐运动的条件是:最大摆角 $\alpha < 5^\circ$.

(2) 单摆的回复力是重力沿圆弧切线方向并且指向平衡位置的分力.

(3) 作简谐运动的单摆的周期公式为: $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

①在振幅很小的条件下, 单摆的振动周期跟振幅无关.

②单摆的振动周期跟摆球的质量无关, 只与摆长 L 和当地的重力加速度 g 有关.

③摆长 L 是指悬点到摆球重心间的距离, 在某些变形单摆中, 摆长 L 应理解为等效摆长, 重力加速度应理解为等效重力加速度(一般情况下, 等效重力加速度 g' 等于摆球静止在平衡位置时摆线的张力与摆球质量的比值) .

4. 受迫振动

(1) 受迫振动:振动系统在周期性驱动力作用下的振动叫受迫振动.

(2) 受迫振动的特点:受迫振动稳定时, 系统振动的频率等于驱动力的频率, 跟系统的固有频率无关.

(3) 共振:当驱动力的频率等于振动系统的固有频率时, 振动物体的振幅最大, 这种现象叫做共振.

共振的条件:驱动力的频率等于振动系统的固有频率.

5. 机械波:机械振动在介质中的传播形成机械波.

(1) 机械波产生的条件:①波源;②介质

(2) 机械波的分类 ①横波:质点振动方向与波的传播方向垂直的波叫横波. 横波有凸部(波峰)和凹部(波谷) .

②纵波:质点振动方向与波的传播方向在同一直线上的波叫纵波. 纵波有密部和疏部.

[注意] 气体、液体、固体都能传播纵波, 但气体、液体不能传播横波.

(3) 机械波的特点

①机械波传播的是振动形式和能量. 质点只在各自的平衡位置附近振动, 并不随波迁移.

②介质中各质点的振动周期和频率都与波源的振动周期和频率相同. ③离波源近的质点带动离波源远的质点依次振动.

6. 波长、波速和频率及其关系

(1) 波长:两个相邻的且在振动过程中对平衡位置的位移总是相等的质点间的距离叫波长. 振动在一个周期里在介质中传播的距离等于一个波长.

(2) 波速:波的传播速率. 机械波的传播速率由介质决定, 与波源无关.

(3) 频率:波的频率始终等于波源的振动频率, 与介质无关.

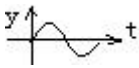
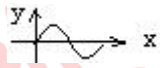
(4) 三者关系: $v=\lambda f$

7. ★波动图像:表示波的传播方向上,介质中的各个质点在同一时刻相对平衡位置的位移.当波源作简谐运动时,它在介质中形成简谐波,其波动图像为正弦或余弦曲线.

(1) 由波的图像可获取的信息

- ①从图像可以直接读出振幅(注意单位).②从图像可以直接读出波长(注意单位).
- ③可求任一点在该时刻相对平衡位置的位移(包括大小和方向)
- ④在波速方向已知(或已知波源方位)时可确定各质点在该时刻的振动方向.⑤可以确定各质点振动的加速度方向(加速度总是指向平衡位置)

(2) 波动图像与振动图像的比较:

	振动图像	波动图像
研究对象	一个振动质点	沿波传播方向所有的质点
研究内容	一个质点的位移随时间变化规律	某时刻所有质点的空间分布规律
图象		
物理意义	表示一质点在各时刻的位移	表示某时刻各质点的位移
图象变化	随时间推移图象延续,但已有形状不变	随时间推移,图象沿传播方向平移
一个完整曲线占横坐标距离	表示一个周期	表示一个波长

8. 波动问题多解性

波的传播过程中时间上的周期性、空间上的周期性以及传播方向上的双向性是导致“波动问题多解性”的主要原因.若题目假设一定的条件,可使无限系列解转化为有限或惟一解

9. 波的衍射

波在传播过程中偏离直线传播,绕过障碍物的现象.衍射现象总是存在的,只有明显与不明显的差异.波发生明显衍射现象的条件是:障碍物(或小孔)的尺寸比波的波长小或能够与波长差不多.

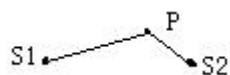
10. 波的叠加

几列波相遇时,每列波能够保持各自的状态继续传播而不互相干扰,只是在重叠的区域里,任一质点的总位移等于各列波分别引起的位移的矢量和.两列波相遇前、相遇过程中、相遇后,各自的运动状态不发生改变任何变化,这是波的独立性原理.

11. 波的干涉:

频率相同的两列波叠加,某些区域的振动加强,某些区域的振动减弱,并且振动加强和振动减弱的区域相互间隔的现象,叫波的干涉.产生干涉现象的条件:两列波的频率相同,振动情况稳定.

[注意] ①干涉时,振动加强区域或振动减弱区域的空间位置是不变



的,加强区域中心质点的振幅等于两列波的振幅之和,减弱区域中心质点的振幅等于两列波的振幅之差.

②两列波在空间相遇发生干涉,两列波的波峰相遇点为加强点,波峰和波谷的相遇点是减弱的点,加强的点只是振幅大了,并非任一时刻的位移都大;减弱的点只是振幅小了,也并非任一时刻的位移都最小.如图若 S_1 、 S_2 为振动方向同步的相干波源,当 $PS_1-PS_2=n\lambda$ 时,振动加强;当 $PS_1-PS_2=(2n+1)\lambda/2$ 时,振动减弱.

12. 声波

(1) 空气中的声波是纵波,传播速度为 340m/s . (2) 能够引起人耳感觉的声波频率范围是: $20\sim 20000\text{Hz}$.

(3) 超声波:频率高于 20000Hz 的声波. ①超声波的重要性质有:波长短,不容易发生衍射,基本上能直线传播,因此可以使能量定向集中传播;穿透能力强.

②对超声波的利用:用声纳探测潜艇、鱼群,探察金属内部的缺陷;利用超声波碎石治疗胆结石、肾结石等;利用“B超”探察人体内病变.

13. 多普勒效应:由于波源和观察者之间有相对运动使观察者感到频率发生变化的现象.其特点是:当波源与观察者有相对运动,两者相互接近时,观察者接收到的频率增大;两者相互远离时,观察者接收到的频率减小.

八、分子动理论、热和功、气体

1. 分子动理论

(1) 物质是由大量分子组成的 分子直径的数量级一般是 10^{-10}m .

(2) 分子永不停息地做无规则热运动.

①扩散现象:不同的物质互相接触时,可以彼此进入对方中去.温度越高,扩散越快.②布朗运动:在显微镜下看到的悬浮在液体(或气体)中微小颗粒的无规则运动,是液体分子对微小颗粒撞击作用的不平衡造成的,是液体分子永不停息地无规则运动的宏观反映.颗粒越小,布朗运动越明显;温度越高,布朗运动越明显.

(3) 分子间存在着相互作用力

分子间同时存在着引力和斥力,引力和斥力都随分子间距离增大而减小,但斥力的变化比引力的变化快,实际表现出来的是引力和斥力的合力.

2. 物体的内能

(1) 分子动能:做热运动的分子具有动能,在热现象的研究中,单个分子的动能是无研究意义的,重要的是分子热运动的平均动能.温度是物体分子热运动的平均动能的标志.

(2) 分子势能:分子间具有由它们的相对位置决定的势能,叫做分子势能.分子势能随着物体的体积变化而变化.分子间的作用表现为引力时,分子势能随着分子间的距离增大而增大.分子间的作用表现为斥力时,分子势能随着分子间距离增大而减小.对实际气体来说,体

积增大, 分子势能增加; 体积缩小, 分子势能减小.

(3) 物体的内能: 物体里所有的分子的动能和势能的总和叫做物体的内能. 任何物体都有内能, 物体的内能跟物体的温度和体积有关.

(4) 物体的内能和机械能有着本质的区别. 物体具有内能的同时可以具有机械能, 也可以不具有机械能.

3. 改变内能的两种方式

(1) 做功: 其本质是其他形式的能和内能之间的相互转化. (2) 热传递: 其本质是物体内能的转移.

(3) 做功和热传递在改变物体的内能上是等效的, 但有本质的区别.

4. ★能量转化和守恒定律

5★. 热力学第一定律

(1) 内容: 物体内能的增量 (ΔU) 等于外界对物体做的功 (W) 和物体吸收的热量 (Q) 的总和.

(2) 表达式: $W+Q=\Delta U$

(3) 符号法则: 外界对物体做功, W 取正值, 物体对外界做功, W 取负值; 物体吸收热量, Q 取正值, 物体放出热量, Q 取负值; 物体内能增加, ΔU 取正值, 物体内能减少, ΔU 取负值.

6. 热力学第二定律 (1) 热传导的方向性

热传递的过程是有方向性的, 热量会自发地从高温物体传给低温物体, 而不会自发地从低温物体传给高温物体. (2) 热力学第二定律的两种常见表述

①不可能使热量由低温物体传递到高温物体, 而不引起其他变化.

②不可能从单一热源吸收热量并把它全部用来做功, 而不引起其他变化. (3) 永动机不可能制成

①第一类永动机不可能制成: 不消耗任何能量, 却可以源源不断地对外做功, 这种机器被称为第一类永动机, 这种永动机是不可能制造成的, 它违背了能量守恒定律.

②第二类永动机不可能制成: 没有冷凝器, 只有单一热源, 并从这个单一热源吸收的热量, 可以全部用来做功, 而不引起其他变化的热机叫做第二类永动机. 第二类永动机不可能制成, 它虽然不违背能量守恒定律, 但违背了热力学第二定律.

7. 气体的状态参量

(1) 温度: 宏观上表示物体的冷热程度, 微观上是分子平均动能的标志. 两种温标的换算关系: $T=(t+273) K$.

绝对零度为 -273.15°C , 它是低温的极限, 只能接近不能达到.

(2) 气体的体积: 气体的体积不是气体分子自身体积的总和, 而是指大量气体分子所能达到的整个空间的体积. 封闭在容器内的气体, 其体积等于容器的容积.

(3) 气体的压强: 气体作用在器壁单位面积上的压力. 数值上等于单位时间内器壁单位面积上受到气体分子的总冲量.

①产生原因: 大量气体分子无规则运动碰撞器壁, 形成对器壁各处均匀的持续的压力.

②决定因素: 一定气体的压强大小, 微观上决定于分子的运动速率和分子密度; 宏观上决定于气体的温度和体积.

(4) 对于一定质量的理想气体, $PV/T = \text{恒量}$

8. 气体分子运动的特点

(1) 气体分子间有很大的空隙. 气体分子之间的距离大约是分子直径的 10 倍. (2) 气体分子之间的作用力十分微弱. 在处理某些问题时, 可以把气体分子看作没有相互作用的质点.

(3) 气体分子运动的速率很大, 常温下大多数气体分子的速率都达到数百米每秒. 离这个数值越远, 分子数越少, 表现出“中间多, 两头少”的统计分布规律.

九、电场

1. 两种电荷 ----- (1) 自然界中存在两种电荷: 正电荷与负电荷. (2) 电荷守恒定律:

2. ★库仑定律

(1) 内容: 在真空中两个点电荷间的作用力跟它们的电荷量的乘积成正比, 跟它们之间的距离的平方成反比, 作用力的方向在它们的连线上.

(2) 公式: $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, 式中 $k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$, 叫静电力常量.

(3) 适用条件: 真空中的点电荷.

点电荷是一种理想化的模型. 如果带电体本身的线度比相互作用的带电体之间的距离小得多, 以致带电体的体积和形状对相互作用力的影响可以忽略不计时, 这种带电体就可以看成点电荷, 但点电荷自身不一定很小, 所带电荷量也不一定很少.

3. 电场强度、电场线

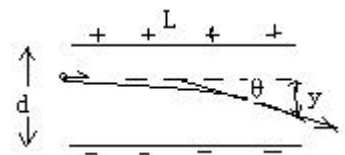
(1) 电场: 带电体周围存在的一种物质, 是电荷间相互作用的媒体. 电场是客观存在的, 电场具有力的特性和能的特性.

(2) 电场强度: 放入电场中某一点的电荷受到的电场力跟它的电荷量的比值, 叫做这一点的电场强度. 定义式:

$E = F/q$ 方向: 正电荷在该点受力方向.

(3) 电场线: 在电场中画出一系列的从正电荷出发到负电荷终止的曲线, 使曲线上每一点的切线方向都跟该点的场强方向一致, 这些曲线叫做电场线. 电场线的性质: ①电场线是起始于正电荷 (或无穷远处), 终止于负电荷 (或无穷远处); ②电场线的疏密反映电场的强弱; ③电场线不相交; ④电场线不是真实存在的; ⑤电场线不一定是电荷运动轨迹.

(4) 匀强电场: 在电场中, 如果各点的场强的大小和方向都相同, 这样的电场叫匀强电场. 匀强电场中的电场线是间距相等且互相平行的直线.



(5) 电场强度的叠加: 电场强度是矢量, 当空间的电场是由几个点电荷共同激发的时候, 空间某点的电场强度等于每个点电荷单独存在时所激发的电场在该点的场强的矢量和.

4. 电势差 U : 电荷在电场中由一点 A 移动到另一点 B 时, 电场力所做的功 W_{AB} 与电荷量 q 的比值 W_{AB}/q 叫做 AB 两点间的电势差. 公式: $U_{AB} = W_{AB}/q$ 电势差有正负: $U_{AB} = -U_{BA}$, 一般常取绝对值, 写成 U .

5. 电势 ϕ : 电场中某点的电势等于该点相对零电势点的电势差.

(1) 电势是个相对的量, 某点的电势与零电势点的选取有关 (通常取离电场无穷远处或大地的电势为零电势). 因此电势有正、负, 电势的正负表示该点电势比零电势点高还是低.

(2) 沿着电场线的方向, 电势越来越低.

6. 电势能: 电荷在电场中某点的电势能在数值上等于把电荷从这点移到电势能为零处 (电势为零处) 电场力所做的功 $\epsilon = qU$

7. 等势面: 电场中电势相等的点构成的面叫做等势面.

(1) 等势面上各点电势相等, 在等势面上移动电荷电场力不做功.

(2) 等势面一定跟电场线垂直, 而且电场线总是由电势较高的等势面指向电势较低的等势面.

(3) 画等势面 (线) 时, 一般相邻两等势面 (或线) 间的电势差相等. 这样, 在等势面 (线) 密处场强大, 等势面 (线) 疏处场强小.

8. 电场中的功能关系

(1) 电场力做功与路径无关, 只与初、末位置有关.

计算方法有: 由公式 $W = qE \cos \theta$ 计算 (此公式只适合于匀强电场中), 或由动能定理计算.

(2) 只有电场力做功, 电势能和电荷的动能之和保持不变.

(3) 只有电场力和重力做功, 电势能、重力势能、动能三者之和保持不变.

9. 静电屏蔽: 处于电场中的空腔导体或金属网罩, 其空腔部分的场强处处为零, 即能把外电场遮住, 使内部不受外电场的影响, 这就是静电屏蔽.

10. ★★★★★带电粒子在电场中的运动

(1) 带电粒子在电场中加速

带电粒子在电场中加速, 若不计粒子的重力, 则电场力对带电粒子做功等于带电粒子动能的增量.

$$W = qU = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

(2) 带电粒子在电场中的偏转

带电粒子以垂直匀强电场的场强方向进入电场后, 做类平抛运动. 垂直于场强方向做匀速直线运动: $V_x = V_0$,

$L = V_0 t$. 平行于场强方向做初速为零的匀加速直线运动:

$$v_y = at, y = \frac{1}{2} at^2, a = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{md}, \quad \text{侧移距离: } y = \frac{qU^2}{2mdv_0^2}, \quad \text{偏转角: } \theta = \arctan\left(\frac{qU}{mdv_0^2}\right)$$

(3) 是否考虑带电粒子的重力要根据具体情况而定. 一般说来:

①基本粒子:如电子、质子、 α 粒子、离子等除有说明或明确的暗示以外,一般都不考虑重力.(但不能忽略质量)....

②带电颗粒:如液滴、油滴、尘埃、小球等,除有说明或明确的暗示以外,一般都不能忽略重力....

(4) 带电粒子在匀强电场与重力场的复合场中运动

由于带电粒子在匀强电场中所受电场力与重力都是恒力,因此可以用两种方法处理:①正交分解法;②等效“重力”法.

11. 示波管的原理:示波管由电子枪,偏转电极和荧光屏组成,管内抽成真空.如果在偏转电极 XX' 上加扫描电压,同时加在偏转电极 YY' 上所研究的信号电压,其周期与扫描电压的周期相同,在荧光屏上就显示出信号电压随时间变化的图线.

12. 电容 ----- (1) 定义:电容器的带电荷量跟它的两板间的电势差的比值

(2) 定义式: $C = \frac{Q}{U}$ 或 $C = \frac{\Delta Q}{\Delta U}$

[注意] 电容器的电容是反映电容本身贮电特性的物理量,由电容器本身的介质特性与几何尺寸决定,与电容器是否带电、带电荷量的多少、板间电势差的大小等均无关.

(3) 单位:法拉(F), $1F=10^6 \mu F$, $1 \mu F=10^6 pF$.

(4) 平行板电容器的电容: $C \propto \frac{S}{d}$. 在分析平行板电容器有关物理量变化情况时,往往需将 $C = \frac{Q}{U}$, $C \propto \frac{S}{d}$ 和 $U = Ed$ 结合在一起加以考虑,其中 $C = \frac{Q}{U}$ 反映了电容器本身的属性,是定义式,适用于各种电容器; $C \propto \frac{S}{d}$, 表明了平行板电容器的电容决定于哪些因素,仅适用于平行板电容器.若电容器始终连接在电池上,两极板的电压不变.若电容器充电后,切断与电池的连接,电容器的带电荷量不变....

十、稳恒电流

1. 电流--- (1) 定义:电荷的定向移动形成电流. (2) 电流的方向:规定正电荷定向移动的方向为电流的方向.

在外电路中电流由高电势点流向低电势点,在电源的内部电流由低电势点流向高电势点...(由负极流向正极).

2. 电流强度:----- (1) 定义:通过导体横截面的电量跟通过这些电量所用时间的比值, $I = q/t$

(2) 在国际单位制中电流的单位是安. $1mA=10^{-3}A$, $1 \mu A=10^{-6}A$

(3) 电流强度的定义式中,如果是正、负离子同时定向移动, q 应为正负离子的电荷量

和..

2. 电阻—(1) 定义: 导体两端的电压与通过导体中的电流的比值叫导体的电阻. (2) 定义式: $R=U/I$, 单位: Ω

(3) 电阻是导体本身的属性, 跟导体两端的电压及通过电流无关.

3★★. 电阻定律

...(1) 内容: 在温度不变时, 导体的电阻 R 与它的长度 L 成正比, 与它的横截面积 S 成反比...

...(2) 公式: $R=\rho L/S$... (3) 适用条件: ①粗细均匀的导线; ②浓度均匀的电解液.

4. 电阻率: 反映了材料对电流的阻碍作用.

(1) 有些材料的电阻率随温度升高而增大 (如金属); 有些材料的电阻率随温度升高而减小 (如半导体和绝缘体); 有些材料的电阻率几乎不受温度影响 (如锰铜和康铜).

(2) 半导体: 导电性能介于导体和绝缘体之间, 而且电阻随温度的增加而减小, 这种材料称为半导体, 半导体有热敏特性, 光敏特性, 掺入微量杂质特性.

(3) 超导现象: 当温度降低到绝对零度附近时, 某些材料的电阻率突然减小到零, 这种现象叫超导现象, 处于这种状态的物体叫超导体.

5. 电功和电热

(1) 电功和电功率:

电流做功的实质是电场力对电荷做功. 电场力对电荷做功, 电荷的电势能减少, 电势能转化为其他形式的能. 因此电功 $W=qU=UIT$, 这是计算电功普遍适用的公式.

单位时间内电流做的功叫电功率, $P=W/t=UI$, 这是计算电功率普遍适用的公式.

(2) ★焦耳定律: $Q=I^2Rt$, 式中 Q 表示电流通过导体产生的热量, 单位是 J. 焦耳定律无论是对纯电阻电路还是对非纯电阻电路都是适用的.

(3) 电功和电热的关系

①纯电阻电路消耗的电能全部转化为热能, 电功和电热是相等的. 所以有 $W=Q, UI t=I^2Rt$,

$U=IR$ (欧姆定律成立), $W=Q=UI t=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t$ ②非纯电阻电路消耗的电能一部分转化为热能, 另一部分转化为其他形式的能. 所以有 $W>Q, UI t>I^2Rt, U>IR$ (欧姆定律不成立).

★ 6. 串并联电路

电路	串联电路 (P, U 与 R 成正比)	并联电路 (P, I 与 R 成反比)
电阻关系	$R_{串}=R_1+R_2+R_3+$	$1/R_{并}=1/R_1+1/R_2+1/R_3+$
电流关系	$I_{总}=I_1=I_2=I_3$	$I_{并}=I_1+I_2+I_3+$
电压关系	$U_{总}=U_1+U_2+U_3+$	$U_{总}=U_1=U_2=U_3=$
功率分配	$P_{总}=P_1+P_2+P_3+$	$P_{总}=P_1+P_2+P_3+$

7. 电动势 — (1) 物理意义: 反映电源把其他形式能转化为电能本领大小的物理量. 例如

一节干电池的电动势 $E=1.5\text{V}$ ，物理意义是指：电路闭合后，电流通过电源，每通过 1C 的电荷，干电池就把 1.5J 的化学能转化为电能。

(2) 大小：等于电路中通过 1C 电荷量时电源所提供的电能的数值，等于电源没有接入电路时两极间的电压，在闭合电路中等于内外电路上电势降落之和 $E=U_{\text{外}}+U_{\text{内}}$ 。

★★ 8. 闭合电路欧姆定律

...(1)...内容：闭合电路的电流强度跟电源的电动势成正比，跟闭合电路总电阻成反比....

(2) 表达式： $I=E/(R+r)$

(3) 总电流 I 和路端电压 U 随外电阻 R 的变化规律

当 R 增大时， I 变小，又据 $U=E-Ir$ 知， U 变大。当 R 增大到 ∞ 时， $I=0$ ， $U=E$ （断路）。

当 R 减小时， I 变大，又据 $U=E-Ir$ 知， U 变小。当 R 减小到零时， $I=E/r$ ， $U=0$ （短路）。

9. 路端电压随电流变化关系图像

$U_{\text{端}}=E-Ir$ 。上式的函数图像是一条向下倾斜的直线。纵坐标轴上的截距等于电动势的大小；横坐标轴上的截距等于短路电流 $I_{\text{短}}$ ；图线的斜率值等于电源内阻的大小。

10. 闭合电路中的三个功率

(1) 电源的总功率：就是电源提供的总功率，即电源将其他形式的能转化为电能的功率，也叫电源消耗的功率 $P_{\text{总}}=EI$ 。

(2) 电源输出功率：整个外电路上消耗的电功率。对于纯电阻电路，电源的输出功率。

$P_{\text{出}}=I^2R=[E/(R+r)]^2R$ ，当 $R=r$ 时，电源输出功率最大，其最大输出功率为 $P_{\text{max}}=E^2/4r$ 。

(3) 电源内耗功率：内电路上消耗的电功率 $P_{\text{内}}=U_{\text{内}}I=I^2r$

(4) 电源的效率：指电源的输出功率与电源的功率之比，即 $\eta=P_{\text{出}}/P_{\text{总}}=IU/IE=U/E$ 。

11. 电阻的测量

原理是欧姆定律。因此只要用电压表测出电阻两端的电压，用安培表测出通过电流，用 $R=U/I$ 即可得到阻值。

①内、外接的判断方法：若 R_x 大大大于 R_A ，采用内接法； R_x 小小小于 R_V ，采用外接法。②滑动变阻器的两种接法：分压法的优势是电压变化范围大；限流接法的优势在于电路连接简便，附加功率损耗小。当两种接法均能满足实验要求时，一般选限流接法。当负载 R_L 较小、变阻器总阻值较大时（ R_L 的几倍），一般用限流接法。但以下三种情况必须采用分压式接法：

a. 要使某部分电路的电压或电流从零开始连续调节，只有分压电路才能满足。b. 如果实验所提供的电压表、电流表量程或电阻元件允许最大电流较小，采用限流接法时，无论怎样调节，电路中实际电流（压）都会超过电表量程或电阻元件允许的最大电流（压），为了保护电表或电阻元件免受损坏，必须要采用分压接法电路。

c. 伏安法测电阻实验中，若所用的变阻器阻值远小于待测电阻阻值，采用限流接法时，

即使变阻器触头从一端滑至另一端，待测电阻上的电流（压）变化也很小，这不利于多次测量求平均值或用图像法处理数据。为了在变阻器阻值远小于待测电阻阻值的情况下能大范围地调节待测电阻上的电流（压），应选择变阻器的分压接法。

十一、磁场

1. 磁场

（1）磁场：磁场是存在于磁体、电流和运动电荷周围的一种物质。永磁体和电流都能在空间产生磁场。变化的电场也能产生磁场。（2）磁场的基本特点：磁场对处于其中的磁体、电流和运动电荷有力的作用。

（3）磁现象的电本质：一切磁现象都可归结为运动电荷（或电流）之间通过磁场而发生的相互作用。

（4）安培分子电流假说——在原子、分子等物质微粒内部，存在着一种环形电流即分子电流，分子电流使每个物质微粒成为微小的磁体。

（5）磁场的方向：规定在磁场中任一点小磁针 N 极受力的方向（或者小磁针静止时 N 极的指向）就是那一点的磁场方向。

2. 磁感线

（1）在磁场中人为地画出一系列曲线，曲线的切线方向表示该位置的磁场方向，曲线的疏密能定性地表示磁场的强弱，这一系列曲线称为磁感线。

（2）磁铁外部的磁感线，都从磁铁 N 极出来，进入 S 极，在内部，由 S 极到 N 极，磁感线是闭合曲线；磁感线不相交。

（3）几种典型磁场的磁感线的分布：

①直线电流的磁场：同心圆、非匀强、距导线越远处磁场越弱。

②通电螺线管的磁场：两端分别是 N 极和 S 极，管内可看作匀强磁场，管外是非匀强磁场。

③环形电流的磁场：两侧是 N 极和 S 极，离圆环中心越远，磁场越弱。

④匀强磁场：磁感应强度的大小处处相等、方向处处相同。匀强磁场中的磁感线是分布均匀、方向相同的平行直线。

3. 磁感应强度

（1）定义：磁感应强度是表示磁场强弱的物理量，在磁场中垂直于磁场方向的通电导线，受到的磁场力 F 跟电流 I 和导线长度 L 的乘积 IL 的比值，叫做通电导线所在处的磁感应强度，定义式 $B=F/IL$ 。单位 T， $1T=1N/(A \cdot m)$ 。

（2）磁感应强度是矢量，磁场中某点的磁感应强度的方向就是该点的磁场方向，即通过该点的磁感线的切线方向。

（3）磁场中某位置的磁感应强度的大小及方向是客观存在的，与放入的电流强度 I 的大小、导线的长短 L 的大小无关，与电流受到的力也无关，即使不放入载流导体，它的磁感应强度也照样存在，因此不能说 B 与 F 成正比，或 B 与 IL 成反比。

(4) 磁感应强度 B 是矢量, 遵守矢量分解合成的平行四边形定则, 注意磁感应强度的方向就是该处的磁场方向, 并不是在该处的电流的受力方向.

4. 地磁场: 地球的磁场与条形磁体的磁场相似, 其主要特点有三个:

(1) 地磁场的 N 极在地球南极附近, S 极在地球北极附近.

(2) 地磁场 B 的水平分量 (B_x) 总是从地球南极指向北极, 而竖直分量 (B_y) 则南北相反, 在南半球垂直地面向上, 在北半球垂直地面向下.

(3) 在赤道平面上, 距离地球表面相等的各点, 磁感强度相等, 且方向水平向北.

5★. 安培力

(1) 安培力大小 $F=BIL$. 式中 F 、 B 、 I 要两两垂直, L 是有效长度. 若载流导体是弯曲导线, 且导线所在平面与磁感强度方向垂直, 则 L 指弯曲导线中始端指向末端的直线长度.

(2) 安培力的方向由左手定则判定.

(3) 安培力做功与路径有关, 绕闭合回路一周, 安培力做的功可以为正, 可以为负, 也可以为零, 而不像重力和电场力那样做功总为零.

6. ★洛伦兹力

(1) 洛伦兹力的大小 $f=qvB$, 条件: $v \perp B$. 当 $v \parallel B$ 时, $f=0$.

(2) 洛伦兹力的特性: 洛伦兹力始终垂直于 v 的方向, 所以洛伦兹力一定不做功.

(3) 洛伦兹力与安培力的关系: 洛伦兹力是安培力的微观实质, 安培力是洛伦兹力的宏观表现. 所以洛伦兹力的方向与安培力的方向一样也由左手定则判定.

(4) 在磁场中静止的电荷不受洛伦兹力作用.

7. ★★★带电粒子在磁场中的运动规律

在带电粒子只受洛伦兹力作用的条件下 (电子、质子、 α 粒子等微观粒子的重力通常忽略不计),

(1) 若带电粒子的速度方向与磁场方向平行 (相同或相反), 带电粒子以入射速度 v 做匀速直线运动.

(2) 若带电粒子的速度方向与磁场方向垂直, 带电粒子在垂直于磁感线的平面内, 以入射速率 v 做匀速圆周运动. ①轨道半径公式: $r=mv/qB$ ②周期公式: $T=2\pi m/qB$

8. 带电粒子在复合场中运动

(1) 带电粒子在复合场中做直线运动

①带电粒子所受合外力为零时, 做匀速直线运动, 处理这类问题, 应根据受力平衡列方程求解.

②带电粒子所受合外力恒定, 且与初速度在一条直线上, 粒子将作匀变速直线运动, 处理这类问题, 根据洛伦兹力不做功的特点, 选用牛顿第二定律、动量定理、动能定理、能量守恒等规律列方程求解.

(2) 带电粒子在复合场中做曲线运动

①当带电粒子在所受的重力与电场力等值反向时,洛伦兹力提供向心力时,带电粒子在垂直于磁场的平面内做匀速圆周运动.处理这类问题,往往同时应用牛顿第二定律、动能定理列方程求解.

②当带电粒子所受的合外力是变力,与初速度方向不在同一直线上时,粒子做非匀变速曲线运动,这时粒子的运动轨迹既不是圆弧,也不是抛物线,一般处理这类问题,选用动能定理或能量守恒列方程求解.

③由于带电粒子在复合场中受力情况复杂运动情况多变,往往出现临界问题,这时应以题目中“最大”、“最高”“至少”等词语为突破口,挖掘隐含条件,根据临界条件列出辅助方程,再与其他方程联立求解.

十二、电磁感应

1. ★**电磁感应现象**:利用磁场产生电流的现象叫做电磁感应,产生的电流叫做感应电流.

(1)产生感应电流的条件:穿过闭合电路的磁通量发生变化,即 $\Delta\Phi\neq0$. (2)产生感应电动势的条件:无论回路是否闭合,只要穿过线圈平面的磁通量发生变化,线路中就有感应电动势.产生感应电动势的那部分导体相当于电源.

(2)电磁感应现象的实质是产生感应电动势,如果回路闭合,则有感应电流,回路不闭合,则只有感应电动势而无感应电流.

2. 磁通量 (1)定义:磁感应强度 B 与垂直磁场方向的面积 S 的乘积叫做穿过这个面的磁通量,定义式: $\Phi=BS$.如果面积 S 与 B 不垂直,应以 B 乘以在垂直于磁场方向上的投影面积 S' ,即 $\Phi=BS'$,国际单位:Wb

求磁通量时应该是穿过某一面积的磁感线的净条数.任何一个面都有正、反两个面;磁感线从面的正方向穿入时,穿过该面的磁通量为正.反之,磁通量为负.所求磁通量为正、反两面穿入的磁感线的代数和.

3. ★**楞次定律**

(1)楞次定律:感应电流的磁场,总是阻碍引起感应电流的磁通量的变化.楞次定律适用于一般情况的感应电流方向的判定,而右手定则只适用于导线切割磁感线运动的情况,此种情况用右手定则判定比用楞次定律判定简便.

(2)对楞次定律的理解

①谁阻碍谁——感应电流的磁通量阻碍产生感应电流的磁通量.

②阻碍什么——阻碍的是穿过回路的磁通量的变化,而不是磁通量本身. ③如何阻碍——原磁通量增加时,感应电流的磁场方向与原磁场方向相反;当原磁通量减少时,感应电流的磁场方向与原磁场方向相同,即“增反减同”. ④阻碍的结果——阻碍并不是阻止,结果是增加的还增加,减少的还减少.

(3)楞次定律的另一种表述:感应电流总是阻碍产生它的那个原因,表现形式有三种:

①阻碍原磁通量的变化;②阻碍物体间的相对运动;③阻碍原电流的变化(自感)。

★★★★ 4. 法拉第电磁感应定律

电路中感应电动势的大小,跟穿过这一电路的磁通量的变化率成正比.表达式 $E=n \Delta \Phi / \Delta t$

当导体做切割磁感线运动时,其感应电动势的计算公式为 $E=BLv \sin \theta$.当 B 、 L 、 v 三者两两垂直时,感应电动势 $E=BLv$. (1) 两个公式的选用方法 $E=n \Delta \Phi / \Delta t$ 计算的是在 Δt 时间内的平均电动势,只有当磁通量的变化率是恒定不变时,它算出的才是瞬时电动势. $E=BLv \sin \theta$ 中的 v 若为瞬时速度,则算出的就是瞬时电动势;若 v 为平均速度,算出的就是平均电动势. (2) 公式的变形

①当线圈垂直磁场方向放置,线圈的面积 S 保持不变,只是磁场的磁感强度均匀变化时,感应电动势: $E=nS \Delta B / \Delta t$.

②如果磁感强度不变,而线圈面积均匀变化时,感应电动势 $E=Nb \delta s / \Delta t$.

5. 自感现象

(1) 自感现象:由于导体本身的电流发生变化而产生的电磁感应现象. (2) 自感电动势:在自感现象中产生的感应电动势叫自感电动势.自感电动势的大小取决于线圈自感系数和本身电流变化的快慢,自感电动势方向总是阻碍电流的变化.

6. 日光灯工作原理

(1) 起动器的作用:利用动触片和静触片的接通与断开起一个自动开关的作用,起动的关键就在于断开的瞬间.

(2) 镇流器的作用:日光灯点燃时,利用自感现象产生瞬时高压;日光灯正常发光时,利用自感现象,对灯管起到降压限流作用.

7. 电磁感应中的电路问题

在电磁感应中,切割磁感线的导体或磁通量发生变化的回路将产生感应电动势,该导体或回路就相当于电源,将它们接上电容器,便可使电容器充电;将它们接上电阻等用电器,便可对用电器供电,在回路中形成电流.因此,电磁感应问题往往与电路问题联系在一起.解决与电路相联系的电磁感应问题的基本方法是:

(1) 用法拉第电磁感应定律和楞次定律确定感应电动势的大小和方向. (2) 画等效电路.

(3) 运用全电路欧姆定律,串并联电路性质,电功率等公式联立求解.

8. 电磁感应现象中的力学问题

(1) 通过导体的感应电流在磁场中将受到安培力作用,电磁感应问题往往和力学问题联系在一起,基本方法是:①用法拉第电磁感应定律和楞次定律求感应电动势的大小和方向.②求回路中电流强度.

③分析研究导体受力情况(包含安培力,用左手定则确定其方向).④列动力学方程或平

衡方程求解.

(2) 电磁感应力学问题中, 要抓好受力情况, 运动情况的动态分析, 导体受力运动产生感应电动势→感应电流→通电导体受安培力→合外力变化→加速度变化→速度变化→周而复始地循环, 循环结束时, 加速度等于零, 导体达稳定运动状态, 抓住 $a=0$ 时, 速度 v 达最大值的特点...

9. 电磁感应中能量转化问题

导体切割磁感线或闭合回路中磁通量发生变化, 在回路中产生感应电流, 机械能或其他形式能量便转化为电能, 具有感应电流的导体在磁场中受安培力作用或通过电阻发热, 又可使电能转化为机械能或电阻的内能, 因此, 电磁感应过程总是伴随着能量转化, 用能量转化观点研究电磁感应问题常是导体的稳定运动(匀速直线运动或匀速转动), 对应的受力特点是合外力为零, 能量转化过程常常是机械能转化为内能, 解决这类问题的基本方法是:

(1) 用法拉第电磁感应定律和楞次定律确定感应电动势的大小和方向.

(2) 画出等效电路, 求出回路中电阻消耗电功率表达式.

(3) 分析导体机械能的变化, 用能量守恒关系得到机械功率的改变与回路中电功率的改变所满足的方程.

10. 电磁感应中图像问题

电磁感应现象中图像问题的分析, 要抓住磁通量的变化是否均匀, 从而推知感应电动势(电流)大小是否恒定. 用楞次定律判断出感应电动势(或电流)的方向, 从而确定其正负, 以及在坐标中的范围.

另外, 要正确解决图像问题, 必须能根据图像的意义把图像反映的规律对应到实际过程中去, 又能根据实际过程的抽象规律对应到图像中去, 最终根据实际过程的物理规律进行判断.

十三、交变电流

1. 交变电流: 大小和方向都随时间作周期性变化的电流, 叫做交变电流. 按正弦规律变化的电动势、电流称为正弦交流电.

2. 正弦交流电 ---- (1) 函数式: $e = E_m \sin \omega t$ (其中 ★ $E_m = NBS\omega$)

(2) 线圈平面与中性面重合时, 磁通量最大, 电动势为零, 磁通量的变化率为零, 线圈平面与中心面垂直时, 磁通量为零, 电动势最大, 磁通量的变化率最大.

(3) 若从线圈平面和磁场方向平行时开始计时, 交变电流的变化规律为 $i = I_m \cos \omega t$.

(4) 图像: 正弦交流电的电动势 e 、电流 i 、和电压 u , 其变化规律可用函数图像描述.

3. 表征交变电流的物理量

(1) 瞬时值: 交流电某时刻的值, 常用 e 、 u 、 i 表示.

(2) 最大值: $E_m = NBS\omega$, 最大值 E_m (U_m , I_m) 与线圈的形状, 以及转动轴处于线圈平面内哪个位置无关. 在考虑电容器的耐压值时, 则应根据交流电的最大值.

(3) 有效值: 交流电的有效值是根据电流的热效应来规定的. 即在同一时间内, 跟某一交流电能使同一电阻产生相等热量的直流电的数值, 叫做该交流电的有效值.

①求电功、电功率以及确定保险丝的熔断电流等物理量时, 要用有效值计算, 有效值与最大值之间的关系

$E = E_m / \sqrt{2}$, $U = U_m / \sqrt{2}$, $I = I_m / \sqrt{2}$ 只适用于正弦交流电, 其他交变电流的有效值只能根据有效值的定义来计算, 切不可乱套公式. ②在正弦交流电中, 各种交流电器设备上标示值及交流电表上的测量值都指有效值.

(4) 周期和频率 --- 周期 T : 交流电完成一次周期性变化所需的时间. 在一个周期内, 交流电的方向变化两次.

频率 f : 交流电在 1s 内完成周期性变化的次数. 角频率: $\omega = 2\pi / T = 2\pi f$.

4. 电感、电容对交变电流的影响

(1) 电感: 通直流、阻交流; 通低频、阻高频. (2) 电容: 通交流、隔直流; 通高频、阻低频.

5. 变压器 - (1) 理想变压器: 工作时无功率损失 (即无铜损、铁损), 因此, 理想变压器原副线圈电阻均不计.

(2) ★理想变压器的关系式:

①电压关系: $U_1 / U_2 = n_1 / n_2$ (变压比), 即电压与匝数成正比.

②功率关系: $P_{\text{入}} = P_{\text{出}}$, 即 $I_1 U_1 = I_2 U_2 + I_3 U_3 + \dots$

③电流关系: $I_1 / I_2 = n_2 / n_1$ (变流比), 即对只有一个副线圈的变压器电流跟匝数成反比.

(3) 变压器的高压线圈匝数多而通过的电流小, 可用较细的导线绕制, 低压线圈匝数少而通过的电流大, 应当用较粗的导线绕制.

6. 电能的输送 ----- (1) 关键: 减少输电线上电能的损失: $P_{\text{耗}} = I^2 R_{\text{线}}$

(2) 方法: ①减小输电导线的电阻, 如采用电阻率小的材料; 加大导线的横截面积. ②提高输电电压, 减小输电电流. 前一方法的作用十分有限, 代价较高, 一般采用后一种方法.

(3) 远距离输电过程: 输电导线损耗的电功率: $P_{\text{损}} = (P/U)^2 R_{\text{线}}$, 因此, 当输送的电功率一定时, 输电电压增大到原来的 n 倍, 输电导线上损耗的功率就减少到原来的 $1/n^2$.

(4) 解有关远距离输电问题时, 公式 $P_{\text{损}} = U_{\text{线}} I_{\text{线}}$ 或 $P_{\text{损}} = U_{\text{线}}^2 / R_{\text{线}}$ 不常用, 其原因是在一般情况下, $U_{\text{线}}$ 不易求出, 且易把 $U_{\text{线}}$ 和 $U_{\text{总}}$ 相混淆而造成错误.

十四、电磁场和电磁波

1. 麦克斯韦的电磁场理论

(1) 变化的磁场能够在周围空间产生电场, 变化的电场能够在周围空间产生磁场.

(2) 随时间均匀变化的磁场产生稳定电场. 随时间不均匀变化的磁场产生变化的电场. 随时间均匀变化的电场产生稳定磁场, 随时间不均匀变化的电场产生变化的磁场.

(3) 变化的电场和变化的磁场总是相互关系着, 形成一个不可分割的统一体, 这就是电

磁场.

2. 电磁波

(1) 周期性变化的电场和磁场总是互相转化, 互相激励, 交替产生, 由发生区域向周围空间传播, 形成电磁波. (2) 电磁波是横波 (3) 电磁波可以在真空中传播, 电磁波从一种介质进入另一介质, 频率不变、波速和波长均发生变化, 电磁波传播速度 v 等于波长 λ 和频率 f 的乘积, 即 $v = \lambda f$, 任何频率的电磁波在真空中的传播速度都等于真空中的光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$.

十五、光的反射和折射

1. 光的直线传播

(1) 光在同一种均匀介质中沿直线传播. 小孔成像, 影的形成, 日食和月食都是光直线传播的例证. (2) 影是光被不透光的物体挡住所形成的暗区. 影可分为本影和半影, 在本影区域内完全看不到光源发出的光, 在半影区域内只能看到光源的某部分发出的光. 点光源只形成本影, 非点光源一般会形成本影和半影. 本影区域的大小与光源的面积有关, 发光面越大, 本影区越小. (3) 日食和月食:

人位于月球的本影内能看到日全食, 位于月球的半影内能看到日偏食, 位于月球本影的延伸区域 (即“伪本影”) 能看到日环食; 当月球全部进入地球的本影区域时, 人可看到月全食. 月球部分进入地球的本影区域时, 看到的是月偏食.

2. 光的反射现象---: 光线入射到两种介质的界面上时, 其中一部分光线在原介质中改变传播方向的现象.

(1) 光的反射定律:

① 反射光线、入射光线和法线在同一平面内, 反射光线和入射光线分居于法线两侧. ② 反射角等于入射角.

(2) 反射定律表明, 对于每一条入射光线, 反射光线是唯一的, 在反射现象中光路是可逆的.

3. ★平面镜成像

(1.) 像的特点-----平面镜成的像是正立等大的虚像, 像与物关于镜面为对称.

(2.) 光路图作法-----根据平面镜成像的特点, 在作光路图时, 可以先画像, 后补光路图.

(3). 充分利用光路可逆-----在平面镜的计算和作图中要充分利用光路可逆. (眼睛在某点 A 通过平面镜所能看到的范围和在 A 点放一个点光源, 该点光源发出的光经平面镜反射后照亮的范围是完全相同的。)

4. 光的折射 --光由一种介质射入另一种介质时, 在两种介质的界面上将发生光的传播方向改变的现象叫光的折射.

(2) 光的折射定律 ---① 折射光线, 入射光线和法线在同一平面内, 折射光线和入射光

线分居于法线两侧.

②入射角的正弦跟折射角的正弦成正比, 即 $\sin i / \sin r = \text{常数}$. (3) 在折射现象中, 光路是可逆的.

★5. 折射率——光从真空射入某种介质时, 入射角的正弦与折射角的正弦之比, 叫做这种介质的折射率, 折射率用 n 表示, 即 $n = \sin i / \sin r$.

某种介质的折射率, 等于光在真空中的传播速度 c 跟光在这种介质中的传播速度 v 之比, 即 $n = c/v$, 因 $c > v$, 所以任何介质的折射率 n 都大于 1. 两种介质相比较, n 较大的介质称为光密介质, n 较小的介质称为光疏介质.

★6. 全反射和临界角

(1) 全反射: 光从光密介质射入光疏介质, 或光从介质射入真空 (或空气) 时, 当入射角增大到某一角度, 使折射角达到 90° 时, 折射光线完全消失, 只剩下反射光线, 这种现象叫做全反射. (2) 全反射的条件

①光从光密介质射入光疏介质, 或光从介质射入真空 (或空气). ②入射角大于或等于临界角

(3) 临界角: 折射角等于 90° 时的入射角叫临界角, 用 C 表示 $\sin C = 1/n$

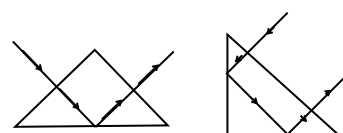
7. 光的色散: 白光通过三棱镜后, 出射光束变为红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫七种色光的光束, 这种现象叫做光的色散.

(1) 同一种介质对红光折射率小, 对紫光折射率大.

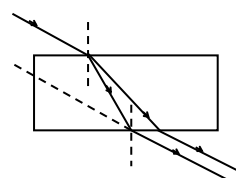
(2) 在同一种介质中, 红光的速度最大, 紫光的速度最小.

(3) 由同一种介质射向空气时, 红光发生全反射的临界角大, 紫光发生全反射的临界角小.

8. 全反射棱镜——横截面是等腰直角三角形的棱镜叫全反射棱镜. 选择适当的入射点, 可以使入射光线经过全反射棱镜的作用在射出后偏转 90° (右图 1) 或 180° (右图 2). 要特别注意两种用法中光线在哪个表面发生全反射.



. 玻璃砖——所谓玻璃砖一般指横截面为矩形的棱柱. 当光线从上表面入射, 从下表面射出时, 其特点是: (1) 射出光线和入射光线平行; (2) 各种色光在第一次入射后就发生色散; (3) 射出光线的侧移和折射率、入射角、玻璃砖的厚度有关; (4) 可利用玻璃砖测定玻璃的折射率.



十六、光的波动性和微粒性

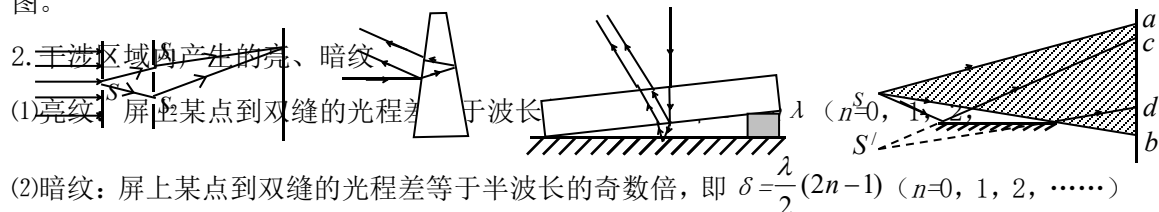
1. 光本性学说的发展简史

(1) 牛顿的微粒说: 认为光是高速粒子流. 它能解释光的直进现象, 光的反射现象.

(2) 惠更斯的波动说: 认为光是某种振动, 以波的形式向周围传播. 它能解释光的干涉和衍射现象.

2. 光的干涉

光的干涉的条件是：有两个振动情况总是相同的波源，即相干波源。（相干波源的频率必须相同）。形成相干波源的方法有两种：(1)利用激光（因为激光发出的是单色性极好的光）。(2)设法将同一束光分为两束（这样两束光都来源于同一个光源，因此频率必然相等）。下面 4 个图分别是利用双缝、利用楔形薄膜、利用空气膜、利用平面镜形成相干光源的示意图。



相邻亮纹（暗纹）间的距离 $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$ 。用此公式可以测定单色光的波长。用白光作双缝干涉实验时，由于白光内各种色光的波长不同，干涉条纹间距不同，所以屏的中央是白色亮纹，两边出现彩色条纹。

3. 衍射——光通过很小的孔、缝或障碍物时，会在屏上出现明暗相间的条纹，且中央条纹很亮，越向边缘越暗。

(1) 各种不同形状的障碍物都能使光发生衍射。

(2) 发生明显衍射的条件是：障碍物（或孔）的尺寸可以跟波长相比，甚至比波长还小。

（当障碍物或孔的尺寸小于 0.5mm 时，有明显衍射现象。）

(3) 在发生明显衍射的条件下当窄缝变窄时亮斑的范围变大条纹间距离变大，而亮度变暗。

4、光的偏振现象：通过偏振片的光波，在垂直于传播方向的平面上，只沿着一个特定的方向振动，称为偏振光。光的偏振说明光是横波。

5. 光的电磁说

(1) 光是电磁波（麦克斯韦预言、赫兹用实验证明了正确性。）

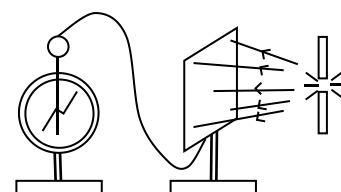
(2) 电磁波谱。波长从大到小排列顺序为：无线电波、红外线、可见光、紫外线、X 射线、 γ 射线。各种电磁波中，除可见光以外，相邻两个波段间都有重叠。

各种电磁波的产生机理分别是：无线电波是振荡电路中自由电子的周期性运动产生的；红外线、可见光、紫外线是原子的外层电子受到激发后产生的；伦琴射线是原子的内层电子受到激发后产生的； γ 射线是原子核受到激发后产生的。

(3) 红外线、紫外线、X 射线的主要性质及其应用举例。

种 类	产 生	主要性质	应用举例
红外线	一切物体都能发出	热效应	遥感、遥控、加热
紫外线	一切高温物体能发出	化学效应	荧光、杀菌、合成 V_{D2}
X 射线	阴极射线射到固体表面	穿透能力强	人体透视、金属探伤

★★6、光电效应



(1)在光的照射下物体发射电子的现象叫光电效应。(右图装置中,用弧光灯照射锌版,有电子从锌版表面飞出,使原来不带电的验电器带正电。)

(2)光电效应的规律。①各种金属都存在极限频率 ν_0 , 只有 $\nu \geq \nu_0$ 才能发生光电效应; ②瞬时性(光电子的产生不超过 10^{-9}s)。

(3)爱因斯坦的光子说。光是不连续的,是一份一份的,每一份叫做一个光子,光子的能量 E 跟光的频率 ν 成正比: $E=h\nu$

(4)爱因斯坦光电效应方程: $E_k=h\nu-W$ (E_k 是光电子的最大初动能; W 是逸出功,即从金属表面直接飞出的光电子克服正电荷引力所做的功。)

7、光的波粒二象性

(1.) 光的波粒二象性:干涉、衍射和偏振表明光是一种波;光电效应和康普顿效应又用无可辩驳的事实表明光是一种粒子;因此现代物理学认为:光具有波粒二象性。

(2.) 正确理解波粒二象性——波粒二象性中所说的波是一种概率波,对大量光子才有意义。波粒二象性中所说的粒子,是指其不连续性,是一份能量。

(1)个别光子的作用效果往往表现为粒子性;大量光子的作用效果往往表现为波动性。

(2) ν 高的光子容易表现出粒子性; ν 低的光子容易表现出波动性。

(3)光在传播过程中往往表现出波动性;在与物质发生作用时往往表现为粒子性。

(4)由光子的能量 $E=h\nu$, 光子的动量 $p=\frac{h}{\lambda}$ 表示式也可以看出,光的波动性和粒子性并不矛盾:表示粒子性的粒子能量和动量的计算式中都含有表示波的特征的物理量——频率 ν 和波长 λ 。

由以上两式和波速公式 $c=\lambda\nu$ 还可以得出: $E = pc$ 。

十七 原子物理

1. 卢瑟福的核式结构模型(行星式模型)

α 粒子散射实验:是用 α 粒子轰击金箔,结果是绝大多数 α 粒子穿过金箔后基本上仍沿原来的方向前进,但是有少数 α 粒子发生了较大的偏转。这说明原子的正电荷和质量一定集中在一个很小的核上。

卢瑟福由 α 粒子散射实验提出:在原子的中心有一个很小的核,叫原子核,原子的全部正电荷和几乎全部质量都集中在原子核里,带负电的电子在核外空间运动。

由 α 粒子散射实验的实验数据还可以估算出原子核大小的数量级是 10^{-15}m 。

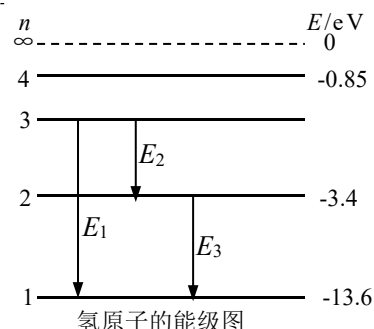
2. 玻尔模型(引入量子理论,量子化就是不连续性,整数 n 叫量子数。)

(1)玻尔的四条假设(量子化)

①轨道量子化 $r_n=n^2 r_1$ $r_1=0.53\times 10^{-10}\text{m}$

②能量量子化: $E_n=\frac{E_1}{n^2}$ $E_1=-13.6\text{eV}$

★③原子在两个能级间跃迁时辐射或吸收光子的能量 $h\nu=E_m-E_n$



(2)从高能级向低能级跃迁时放出光子；从低能级向高能级跃迁时可能是吸收光子，也可能是由于碰撞（用加热的方法，使分子热运动加剧，分子间的相互碰撞可以传递能量）。原子从低能级向高能级跃迁时只能吸收一定频率的光子；而从某一能级到被电离可以吸收能量大于或等于电离能的任何频率的光子。（如在基态，可以吸收 $E \geq 13.6\text{eV}$ 的任何光子，所吸收的能量除用于电离外，都转化为电离出去的电子的动能）。

2、天然放射现象

(1).天然放射现象——天然放射现象的发现，使人们认识到原子核也有复杂结构。

(2).各种放射线的性质比较

种 类	本 质	质量 (u)	电荷 (e)	速度 (c)	电离性	贯穿性
α 射线 ${}^4_2\text{He}$	氦核	4	+2	0.1	最强	最弱，纸能挡住
β 射线 ${}^0_{-1}\text{e}$	电子	1/1840	-1	0.99	较强	较强，穿几 mm 铝板
γ 射线	光子	0	0	1	最弱	最强，穿几 cm 铅版

3、核反应

①核反应类型

(1)衰变： α 衰变： ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$ （核内 $2{}^1_1\text{H} + 2{}^1_0\text{n} \rightarrow {}^4_2\text{He}$ ）

β 衰变： ${}^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + {}^0_{-1}\text{e}$ （核内 ${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^0_{-1}\text{e}$ ）

γ 衰变：原子核处于较高能级，辐射光子后跃迁到低能级。

(2)人工转变： ${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$ （发现质子的核反应）

${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$ （发现中子的核反应）

(3)重核的裂变： ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\text{Ba} + {}^{92}_{36}\text{Kr} + 3{}^1_0\text{n}$ 在一定条件下（超过临界体积），裂变反应会连续不断地进行下去，这就是链式反应。

(4)轻核的聚变： ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ （需要几百万度高温，所以又叫热核反应）

所有核反应的反应前后都遵守：质量数守恒、电荷数守恒。（注意：质量并不守恒。）

②. 半衰期

放射性元素的原子核有半数发生衰变所需的时间叫半衰期。（对大量原子核的统计规律）

计算式为： $N_t = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ N 表示核的个数，此式也可以演变成 $m_t = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ 或 $n_t = n_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ ，

式中 m 表示放射性物质的质量， n 表示单位时间内放出的射线粒子数。以上各式左边的量都表示时间 t 后的剩余量。

半衰期由核内部本身的因素决定，跟原子所处的物理、化学状态无关。

③. 放射性同位素的应用

(1)利用其射线： α 射线电离性强，用于使空气电离，将静电泄出，从而消除有害静电。 γ 射线贯穿性强，可用于金属探伤，也可用于治疗恶性肿瘤。各种射线均可使 DNA 发生突变，可用于生物工程，基因工程。

(2)作为示踪原子。用于研究农作物化肥需求情况，诊断甲状腺疾病的类型，研究生物大分子结构及其功能。

(3)进行考古研究。利用放射性同位素碳 14，判定出土木质文物的产生年代。

一般都使用人工制造的放射性同位素（种类齐全，各种元素都有人工制造的放射性同位。半衰期短，废料容易处理。可制成各种形状，强度容易控制）。

4、核能

(1). 核能——核反应中放出的能叫核能。

(2). 质量亏损——核子结合生成原子核，所生成的原子核的质量比生成它的核子的总质量要小些，这种现象叫做质量亏损。

★(3). 质能方程——爱因斯坦的相对论指出：物体的能量和质量之间存在着密切的联系，它们的关系是：

$E = mc^2$ ，这就是爱因斯坦的质能方程。

质能方程的另一个表达形式是： $\Delta E = \Delta mc^2$ 。以上两式中的各个物理量都必须采用国际单位。在非国际单位里，可以用 $1u=931.5\text{MeV}$ 。它表示 1 原子质量单位的质量跟 931.5MeV 的能量相对应。

在有关核能的计算中，一定要根据已知和题解的要求明确所使用的单位制。

(4). 释放核能的途径

凡是释放核能的核反应都有质量亏损。核子组成不同的原子核时，平均每个核子的质量亏损是不同的，所以各种原子核中核子的平均质量不同。核子平均质量小的，每个核子平均放的能多。铁原子核中核子的平均质量最小，所以铁原子核最稳定。凡是由平均质量大的核，生成平均质量小的核的核反应都是释放核能的。

常见非常有用的经验结论：

1、物体沿倾角为 α 的斜面匀速下滑—— $\mu = \tan \alpha$ ；

物体沿光滑斜面滑下 $a = g \sin \alpha$ 物体沿粗糙斜面滑下 $a = g \sin \alpha - g \cos \alpha$

2、两物体沿同一直线运动，在速度相等时，距离有最大或最小；

3、物体沿直线运动，速度最大的条件是： $a=0$ 或合力为零。

4、两个共同运动的物体刚好脱离时，两物体间的弹力为 $F=0$ ，加速度相等。

5、两个物体相对静止，它们具有相同的速度；

6、水平传送带以恒定速度运行，小物体无初速度放上，达到共同速度过程中，摩擦生热等

于小物体动能。

7、一定质量的理想气体，内能大小看 温度，做功情况看 体积，吸热、放热综合以上两项用能量守恒定律分析。

8、电容器接在电源上，电压 不变；断开电源时，电容器上 电量 不变；改变两板距离 E 不变。

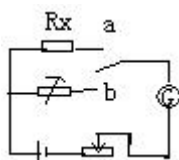
11、直导体杆垂直切割磁感线，所受安培力 $F = \frac{B^2 L^2 v}{R}$ 。

12、电磁感应中感生电流通过线圈导线横截面积的电量： $Q = \frac{N \Delta \Phi}{R}$ 。

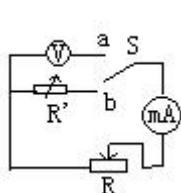
13、解题的优选原则：满足守恒则选用守恒定律；与 **加速度** 有关的则选用牛顿第二定律 $F = ma$ ；与 **时间** 直接相关则用动量定理；与 **对地位移** 相关则用动能定理；与 **相对位移** 相关（如摩擦生热）则用能量守恒。

测电阻的其它方法

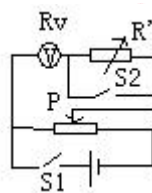
1. 等效法测 R_x :



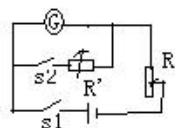
2. 等效法测 R_v :



半偏法测 R_v :

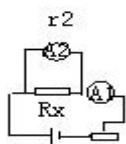


伏安法测 R_v :

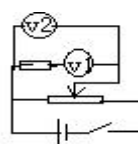


3. 等效法测 R_x

4、已知内阻的电流表可当作电压表用：



已知内阻的电压表可当作电流表用：

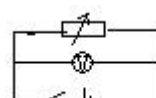
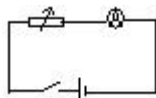
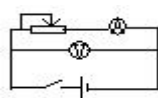


测电源电动势、内阻

器材 电压表、电流表、滑动变阻器 电流表、电阻箱

电压表、电阻箱

电路



原理 $E = U_1 + I_1 r$

$E = I_1 (R_1 + r)$

$E = U_1 + U_1 r / R_1$

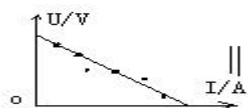
$E = U_2 + I_2 r$

$E = I_2 (R_2 + r)$

$E = U_2 + U_2 r / R_2$

数据 (1) 多次测量求平均值

处理



(2) 图象法

最后送大家一首歌，祝大家高考顺利，梦想成真！！！！

最初的梦想

如果骄傲没被现实大海冷能拍下
又怎会懂得要多努力
才走得到远方
如果梦想不曾坠落悬崖
千钧一发
又怎会晓得执着的人
有隐形翅膀
把眼泪装在心上
会开出勇敢的花
可以在疲惫的时光
闭上眼睛闻到一种芬芳
就像好好睡了一夜直到天亮
又能边走着边哼着歌
用轻快的步伐
沮丧时总会明显感到孤独的重量
多渴望懂得的人给些温暖借个肩膀
很高兴一路上我们的默契那么长
穿过风又绕个弯心还连着
像往常一样
最初的梦想紧握在手上
最想要去的地方
怎么能在半路就放
最初的梦想绝对会到达
实现了真的渴望
才能够算到过了天堂
绝对会到达

高中化学全部知识点总结

一、俗名

无机部分：

纯碱、苏打、天然碱、口碱： Na_2CO_3 小苏打： NaHCO_3 大苏打： $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ 石膏（生石膏）： $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ 熟石膏： $2\text{CaSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ 萤石： CaF_2 重晶石： BaSO_4 （无毒）
碳铵： NH_4HCO_3 石灰石、大理石： CaCO_3 生石灰： CaO 食盐： NaCl 熟石灰、消石灰： $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 芒硝： $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ （缓泻剂） 烧碱、火碱、苛性钠： NaOH 绿矾： $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
干冰： CO_2 明矾： $\text{KAl}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ 漂白粉： $\text{Ca}(\text{ClO})_2$ 、 CaCl_2 （混和物） 泻盐： $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ 胆矾、蓝矾： $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ 双氧水： H_2O_2 皓矾： $\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ 硅石、石英： SiO_2 刚玉： Al_2O_3 水玻璃、泡花碱、矿物胶： Na_2SiO_3 铁红、铁矿： Fe_2O_3 磁铁矿： Fe_3O_4 黄铁矿、硫铁矿： FeS_2 铜绿、孔雀石： $\text{Cu}_2(\text{OH})_2\text{CO}_3$ 菱铁矿： FeCO_3 赤铜矿： Cu_2O 波尔多液： $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 和 CuSO_4 石硫合剂： $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 和 S 玻璃的主要成分： Na_2SiO_3 、 CaSiO_3 、 SiO_2 过磷酸钙（主要成分）： $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$ 和 CaSO_4 重过磷酸钙（主要成分）： $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$ 天然气、沼气、坑气（主要成分）： CH_4 水煤气： CO 和 H_2 硫酸亚铁铵（淡蓝绿色）： $\text{Fe}(\text{NH}_4)_2(\text{SO}_4)_2$ 溶于水后呈淡绿色
光化学烟雾： NO_2 在光照下产生的一种有毒气体 王水：浓 HNO_3 与浓 HCl 按体积比 1：3 混合而成。

铝热剂： $\text{Al} + \text{Fe}_2\text{O}_3$ 或其它氧化物。 尿素： $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$

有机部分：

氯仿： CHCl_3 电石： CaC_2 电石气： C_2H_2 （乙炔） TNT：三硝基甲苯 酒精、乙醇： $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$

氟氯烃：是良好的制冷剂，有毒，但破坏 O_3 层。 醋酸：冰醋酸、食醋 CH_3COOH
裂解气成分（石油裂化）：烯烃、烷烃、炔烃、 H_2S 、 CO_2 、 CO 等。 甘油、丙三醇： $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$
焦炉气成分（煤干馏）： H_2 、 CH_4 、乙烯、 CO 等。 石炭酸：苯酚 蚁醛：甲醛 HCHO
福尔马林：35%—40%的甲醛水溶液 蚁酸：甲酸 HCOOH
葡萄糖： $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ 果糖： $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ 蔗糖： $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ 麦芽糖： $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ 淀粉： $(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)_n$

硬脂酸： $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COOH}$ 油酸： $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COOH}$ 软脂酸： $\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COOH}$

草酸：乙二酸 $\text{HOOC}-\text{COOH}$ 使蓝墨水褪色，强酸性，受热分解成 CO_2 和水，使 KMnO_4 酸性溶液褪色。

二、颜色

铁：铁粉是黑色的；一整块的固体铁是银白色的。 Fe^{2+} ——浅绿色 Fe_3O_4 ——黑色晶体
 $\text{Fe}(\text{OH})_2$ ——白色沉淀 Fe^{3+} ——黄色 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ ——红褐色沉淀 $\text{Fe}(\text{SCN})_3$ ——血红色溶液

FeO ——黑色的粉末 $\text{Fe}(\text{NH}_4)_2(\text{SO}_4)_2$ ——淡蓝绿色 Fe_2O_3 ——红棕色粉末 FeS ——黑色固体

铜：单质是紫红色 Cu^{2+} ——蓝色 CuO ——黑色 Cu_2O ——红色 CuSO_4 （无水）——白色
 $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ ——蓝色 $\text{Cu}_2(\text{OH})_2\text{CO}_3$ ——绿色 $\text{Cu}(\text{OH})_2$ ——蓝色
 $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]\text{SO}_4$ ——深蓝色溶液

BaSO_4 、 BaCO_3 、 Ag_2CO_3 、 CaCO_3 、 AgCl 、 $\text{Mg}(\text{OH})_2$ 、三溴苯酚均是白色沉淀
 $\text{Al}(\text{OH})_3$ 白色絮状沉淀 H_4SiO_4 (原硅酸) 白色胶状沉淀
 Cl_2 、氯水——黄绿色 F_2 ——淡黄绿色气体 Br_2 ——深红棕色液体 I_2 ——紫黑色固体
 HF 、 HCl 、 HBr 、 HI 均为无色气体，在空气中均形成白雾
 CCl_4 ——无色的液体，密度大于水，与水不互溶 KMnO_4 ——紫色 MnO_4^- ——紫色
 Na_2O_2 ——淡黄色固体 Ag_3PO_4 ——黄色沉淀 S ——黄色固体 AgBr ——浅黄色沉淀
 AgI ——黄色沉淀 O_3 ——淡蓝色气体 SO_2 ——无色，有刺激性气味、有毒的气体
 SO_3 ——无色固体 (沸点 44.8°C) 品红溶液——红色 氢氟酸： HF ——腐蚀玻璃
 N_2O_4 、 NO ——无色气体 NO_2 ——红棕色气体 NH_3 ——无色、有刺激性气味气体

三、现象：

- 1、铝片与盐酸反应是放热的， $\text{Ba}(\text{OH})_2$ 与 NH_4Cl 反应是吸热的；
- 2、 Na 与 H_2O (放有酚酞) 反应，熔化、浮于水面、转动、有气体放出；(熔、浮、游、嘶、红)
- 3、焰色反应： Na 黄色、 K 紫色 (透过蓝色的钴玻璃)、 Cu 绿色、 Ca 砖红、 Na^+ (黄色)、 K^+ (紫色)。
- 4、 Cu 丝在 Cl_2 中燃烧产生棕色的烟； 5、 H_2 在 Cl_2 中燃烧是苍白色的火焰；
- 6、 Na 在 Cl_2 中燃烧产生大量的白烟； 7、 P 在 Cl_2 中燃烧产生大量的白色烟雾；
- 8、 SO_2 通入品红溶液先褪色，加热后恢复原色；
- 9、 NH_3 与 HCl 相遇产生大量的白烟； 10、铝箔在氧气中激烈燃烧产生刺眼的白光；
- 11、镁条在空气中燃烧产生耀眼白光，在 CO_2 中燃烧生成白色粉末 (MgO)，产生黑烟；
- 12、铁丝在 Cl_2 中燃烧，产生棕色的烟； 13、 HF 腐蚀玻璃： $4\text{HF} + \text{SiO}_2 = \text{SiF}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$
- 14、 $\text{Fe}(\text{OH})_2$ 在空气中被氧化：由白色变为灰绿最后变为红褐色；
- 15、在常温下： Fe 、 Al 在浓 H_2SO_4 和浓 HNO_3 中钝化；
- 16、向盛有苯酚溶液的试管中滴入 FeCl_3 溶液，溶液呈紫色；苯酚遇空气呈粉红色。
- 17、蛋白质遇浓 HNO_3 变黄，被灼烧时有烧焦羽毛气味；
- 18、在空气中燃烧： S ——微弱的淡蓝色火焰 H_2 ——淡蓝色火焰 H_2S ——淡蓝色火焰
 CO ——蓝色火焰 CH_4 ——明亮并呈蓝色的火焰 S 在 O_2 中燃烧——明亮的蓝紫色火焰。
- 19、特征反应现象：白色沉淀 $[\text{Fe}(\text{OH})_2]$ $\xrightarrow{\text{空气}}$ 红褐色 $[\text{Fe}(\text{OH})_3]$
- 20、浅黄色固体： S 或 Na_2O_2 或 AgBr
- 21、使品红溶液褪色的气体： SO_2 (加热后又恢复红色)、 Cl_2 (加热后不恢复红色)
- 22、有色溶液： Fe^{2+} (浅绿色)、 Fe^{3+} (黄色)、 Cu^{2+} (蓝色)、 MnO_4^- (紫色)
 有色固体：红色 (Cu 、 Cu_2O 、 Fe_2O_3)、红褐色 $[\text{Fe}(\text{OH})_3]$ 黑色 (CuO 、 FeO 、 FeS 、 CuS 、 Ag_2S 、 PbS)
 蓝色 $[\text{Cu}(\text{OH})_2]$ 黄色 (AgI 、 Ag_3PO_4) 白色 $[\text{Fe}(\text{OH})_2]$ 、 CaCO_3 、 BaSO_4 、 AgCl 、 BaSO_3
 有色气体： Cl_2 (黄绿色)、 NO_2 (红棕色)

四、考试中经常用到的规律：

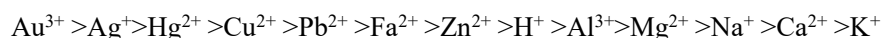
- 1、溶解性规律——见溶解性表；
- 2、常用酸、碱指示剂的变色范围：

指示剂	PH 的变色范围		
甲基橙	<3.1 红色	3.1——4.4 橙色	>4.4 黄色

酚酞	<8.0 无色	8.0——10.0 浅红色	>10.0 红色
石蕊	<5.1 红色	5.1——8.0 紫色	>8.0 蓝色

3、在惰性电极上，各种离子的放电顺序：

阴 极 （ 夺 电 子 的 能 力 ）：



阳极（失电子的能力）： $\text{S}^{2-} > \text{I}^{-} > \text{Br}^{-} > \text{Cl}^{-} > \text{OH}^{-} > \text{含氧酸根}$

注意：若用金属作阳极，电解时阳极本身发生氧化还原反应（Pt、Au 除外）

4、双水解离子方程式的书写：（1）左边写出水解的离子，右边写出水解产物；

（2）配平：在左边先配平电荷，再在右边配平其它原子；（3）H、O 不平则在那边加水。

例：当 Na_2CO_3 与 AlCl_3 溶液混和时： $3\text{CO}_3^{2-} + 2\text{Al}^{3+} + 3\text{H}_2\text{O} = 2\text{Al}(\text{OH})_3 \downarrow + 3\text{CO}_2 \uparrow$

5、写电解总反应方程式的方法：（1）分析：反应物、生成物是什么；（2）配平。

例：电解 KCl 溶液： $2\text{KCl} + 2\text{H}_2\text{O} = \text{H}_2 \uparrow + \text{Cl}_2 \uparrow + 2\text{KOH}$ 配平： $2\text{KCl} + 2\text{H}_2\text{O} = \text{H}_2 \uparrow + \text{Cl}_2 \uparrow + 2\text{KOH}$

6、将一个化学反应方程式分写成二个电极反应的方法：（1）按电子得失写出二个半反应式；

（2）再考虑反应时的环境（酸性或碱性）；（3）使二边的原子数、电荷数相等。

例：蓄电池内的反应为： $\text{Pb} + \text{PbO}_2 + 2\text{H}_2\text{SO}_4 = 2\text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$ 试写出作为原电池(放电)时的电极反应。

写出二个半反应： $\text{Pb} - 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{PbSO}_4$ $\text{PbO}_2 + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{PbSO}_4$

分析：在酸性环境中，补满其它原子： 应为： 负极： $\text{Pb} + \text{SO}_4^{2-} - 2\text{e}^{-} = \text{PbSO}_4$

正极： $\text{PbO}_2 + 4\text{H}^{+} + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{e}^{-} = \text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$

注意：当是充电时则是电解，电极反应则为以上电极反应的倒转：

为： 阴极： $\text{PbSO}_4 + 2\text{e}^{-} = \text{Pb} + \text{SO}_4^{2-}$ 阳极： $\text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O} - 2\text{e}^{-} = \text{PbO}_2 + 4\text{H}^{+} + \text{SO}_4^{2-}$

7、在解计算题中常用到的恒等：原子恒等、离子恒等、电子恒等、电荷恒等、电量恒等，

用到的方法有：质量守恒、差量法、归一法、极限法、关系法、十字交法和估算法。（非氧化还原反应：原子守恒、电荷平衡、物料平衡用得最多，氧化还原反应：电子守恒用得最多）

8、电子层结构相同的离子，核电荷数越多，离子半径越小；

9、晶体的熔点：原子晶体 > 离子晶体 > 分子晶体 中学学到的原子晶体有：Si、SiC、SiO₂ 和金刚石。原子晶体的熔点的比较是以原子半径为依据的：金刚石 > SiC > Si（因为原子半径：Si > C > O）。

10、分子晶体的熔、沸点：组成和结构相似的物质，分子量越大熔、沸点越高。

11、胶体的带电：一般说来，金属氢氧化物、金属氧化物的胶体粒子带正电，非金属氧化物、金属硫化物的胶体粒子带负电。

12、氧化性： $\text{MnO}_4^{-} > \text{Cl}_2 > \text{Br}_2 > \text{Fe}^{3+} > \text{I}_2 > \text{S} = 4(+4 \text{ 价的 S})$ 例： $\text{I}_2 + \text{SO}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{HI}$

13、含有 Fe^{3+} 的溶液一般呈酸性。

14、能形成氢键的物质： H_2O 、 NH_3 、 HF 、 $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ 。

15、氨水（乙醇溶液一样）的密度小于 1，浓度越大，密度越小，硫酸的密度大于 1，浓度越大，密度越大，98% 的浓硫酸的密度为：1.84g/cm³。

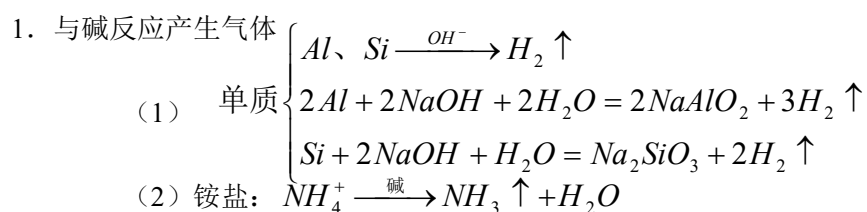
16、离子是否共存：（1）是否有沉淀生成、气体放出；（2）是否有弱电解质生成；（3）是否发生氧化还原反应；（4）是否生成络离子 [$\text{Fe}(\text{SCN})_2$ 、 $\text{Fe}(\text{SCN})_3$ 、 $\text{Ag}(\text{NH}_3)^+$ 、 $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ 等]；（5）是否发生双水解。

17、地壳中：含量最多的金属元素是—Al 含量最多的非金属元素是—O HClO_4 （高氯酸）—是最强的酸

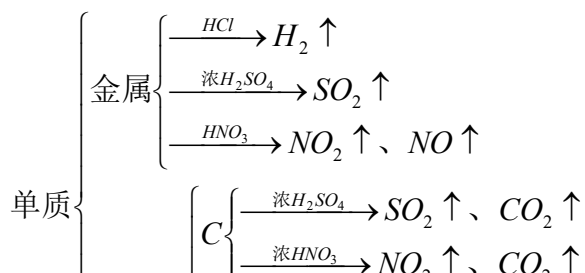
18、熔点最低金属是 Hg (-38.9℃)；熔点最高的是 W（钨 3410℃）；密度最小（常见）的是 K；密度最大（常见）是 Pt。

- 19、雨水的 PH 值小于 5.6 时就成为了酸雨。
- 20、有机酸酸性的强弱：乙二酸 > 甲酸 > 苯甲酸 > 乙酸 > 碳酸 > 苯酚 > HCO_3^-
- 21、有机鉴别时，注意用到水和溴水这二种物质。
例：鉴别：乙酸乙酯（不溶于水，浮）、溴苯（不溶于水，沉）、乙醛（与水互溶），则可用水。
- 22、取代反应包括：卤代、硝化、磺化、卤代烃水解、酯的水解、酯化反应等；
- 23、最简式相同的有机物，不论以何种比例混合，只要混和物总质量一定，完全燃烧生成的 CO_2 、 H_2O 及耗 O_2 的量是不变的。恒等于单一成分该质量时产生的 CO_2 、 H_2O 和耗 O_2 量。
- 24、可使溴水褪色的物质如下，但褪色的原因各自不同：烯、炔等不饱和烃（加成褪色）、苯酚（取代褪色）、乙醇、醛、甲酸、草酸、葡萄糖等（发生氧化褪色）、有机溶剂[CCl_4 、氯仿、溴苯、 CS_2 （密度大于水），烃、苯、苯的同系物、酯（密度小于水）]发生了萃取而褪色。
- 25、能发生银镜反应的有：醛、甲酸、甲酸盐、甲酰胺（ HCNH_2O ）、葡萄糖、果糖、麦芽糖，均可发生银镜反应。（也可同 $\text{Cu}(\text{OH})_2$ 反应） 计算时的关系式一般为： $-\text{CHO} \sim 2\text{Ag}$
注意：当银氨溶液足量时，甲醛的氧化特殊： $\text{HCHO} \sim 4\text{Ag} \downarrow + \text{H}_2\text{CO}_3$
反应式为： $\text{HCHO} + 4[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2]\text{OH} = (\text{NH}_4)_2\text{CO}_3 + 4\text{Ag} \downarrow + 6\text{NH}_3 \uparrow + 2\text{H}_2\text{O}$
- 26、胶体的聚沉方法：（1）加入电解质；（2）加入电性相反的胶体；（3）加热。
常见的胶体：液溶胶： $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 、 AgI 、牛奶、豆浆、粥等；气溶胶：雾、云、烟等；固溶胶：有色玻璃、烟水晶等。
- 27、污染大气气体： SO_2 、 CO 、 NO_2 、 NO ，其中 SO_2 、 NO_2 形成酸雨。
- 28、环境污染：大气污染、水污染、土壤污染、食品污染、固体废弃物污染、噪声污染。工业三废：废渣、废水、废气。
- 29、在室温（ 20°C ）时溶解度在 10 克以上——易溶；大于 1 克的——可溶；小于 1 克的——微溶；小于 0.01 克的——难溶。
- 30、人体含水约占人体质量的 $\frac{2}{3}$ 。地面淡水总量不到总水量的 1%。当今世界三大矿物燃料是：煤、石油、天然气。石油主要含 C、H 地元素。
- 31、生铁的含 C 量在：2%——4.3% 钢的含 C 量在：0.03%——2%。粗盐：是 NaCl 中含有 MgCl_2 和 CaCl_2 ，因为 MgCl_2 吸水，所以粗盐易潮解。浓 HNO_3 在空气中形成白雾。固体 NaOH 在空气中易吸水形成溶液。
- 32、气体溶解度：在一定的压强和温度下，1 体积水里达到饱和状态时气体的体积。

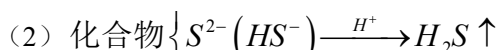
五、无机反应中的特征反应



2. 与酸反应产生气体

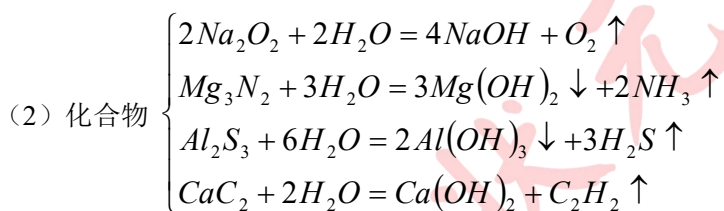
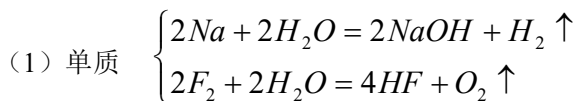


(1)

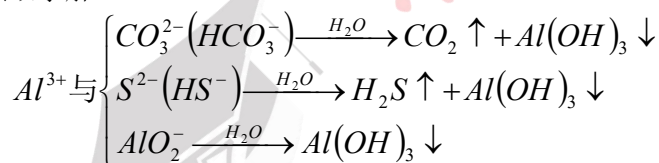


3. $Na_2S_2O_3$ 与酸反应既产生沉淀又产生气体: $S_2O_3^{2-} + 2H^+ = S \downarrow + SO_2 \uparrow + H_2O$

4. 与水反应产生气体

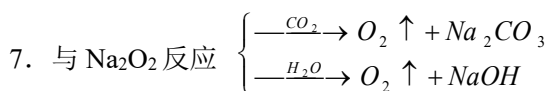


5. 强烈双水解

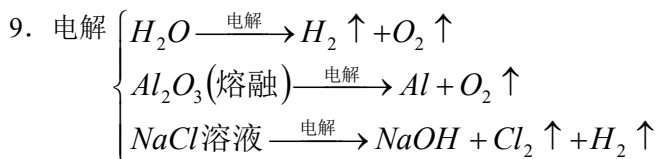


6. 既能酸反应, 又能与碱反应

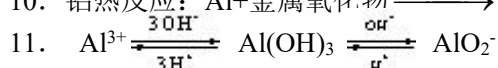
(1) 单质: Al (2) 化合物: Al_2O_3 、 $Al(OH)_3$ 、弱酸弱碱盐、弱酸的酸式盐、氨基酸。



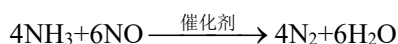
8. $2FeCl_3 + H_2S = 2FeCl_2 + S \downarrow + 2HCl$



10. 铝热反应: $Al + \text{金属氧化物} \xrightarrow{\text{高温}} \text{金属} + Al_2O_3$



12. 归中反应: $2H_2S + SO_2 = 3S + 2H_2O$



13. 置换反应: (1) 金属→金属 $\begin{cases} 1. \text{金属} + \text{盐} \rightarrow \text{金属} + \text{盐} \\ 2. \text{铝热反应} \end{cases}$

(2) 金属→非金属 $\begin{cases} \text{活泼金属 (Na、Mg、Fe)} \xrightarrow{\text{H}^+ \text{ 或 } \text{H}_2\text{O}} \text{H}_2 \uparrow \\ 2\text{Mg} + \text{CO}_2 \xrightarrow{\text{点燃}} 2\text{MgO} + \text{C} \\ 2\text{F}_2 + 2\text{H}_2\text{O} = 4\text{HF} + \text{O}_2 \uparrow \end{cases}$

(3) 非金属→非金属 $\begin{cases} 2\text{C} + \text{SiO}_2 \xrightarrow{\text{高温}} \text{Si} + 2\text{CO} \\ \text{C} + \text{H}_2\text{O} \xrightarrow{\text{高温}} \text{CO} + \text{H}_2 \\ \text{Cl}_2 (\text{Br}_2, \text{I}_2) + \text{H}_2\text{S} = \text{S} + 2\text{HCl} (\text{HBr}, \text{HI}) \end{cases}$

(4) 非金属→金属 $\begin{cases} \text{H}_2 + \text{金属氧化物} \xrightarrow{\text{高温}} \text{金属} + \text{H}_2\text{O} \\ \text{C} + \text{金属氧化物} \xrightarrow{\text{高温}} \text{金属} + \text{CO}_2 \end{cases}$

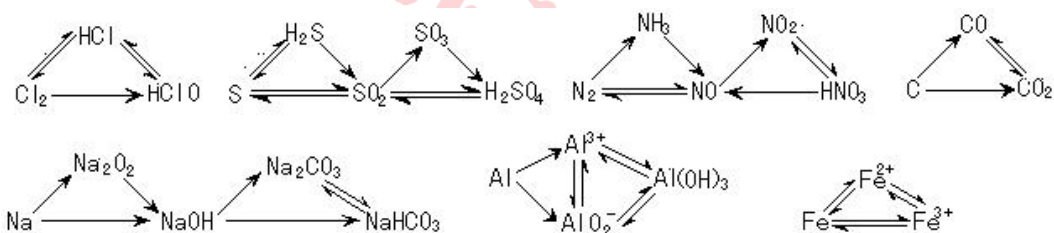
14. 一些特殊的反应类型:

(1) 化合物+单质→化合物+化合物 如: $\text{Cl}_2 + \text{H}_2\text{O}$ 、 $\text{H}_2\text{S} + \text{O}_2$ 、 $\text{NH}_3 + \text{O}_2$ 、 $\text{CH}_4 + \text{O}_2$ 、 $\text{Cl}_2 + \text{FeBr}_2$

(2) 化合物+化合物→化合物+单质 $\text{NH}_3 + \text{NO}$ 、 $\text{H}_2\text{S} + \text{SO}_2$ 、 $\text{Na}_2\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$ 、 $\text{NaH} + \text{H}_2\text{O}$ 、 $\text{Na}_2\text{O}_2 + \text{CO}_2$ 、 $\text{CO} + \text{H}_2\text{O}$

(3) 化合物+单质→化合物 $\text{PCl}_3 + \text{Cl}_2$ 、 $\text{Na}_2\text{SO}_3 + \text{O}_2$ 、 $\text{FeCl}_3 + \text{Fe}$ 、 $\text{FeCl}_2 + \text{Cl}_2$ 、 $\text{CO} + \text{O}_2$ 、 $\text{Na}_2\text{O} + \text{O}_2$

14. 三角转化:



15. 受热分解产生 2 种或 3 种气体的反应:

(1) 铵盐 $\begin{cases} \text{NH}_4\text{HCO}_3 [(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3] \xrightarrow{\Delta} \text{NH}_3 \uparrow + \text{CO}_2 \uparrow + \text{H}_2\text{O} \\ \text{NH}_4\text{HSO}_3 [(\text{NH}_4)_2\text{SO}_3] \xrightarrow{\Delta} \text{NH}_3 \uparrow + \text{SO}_2 \uparrow + \text{H}_2\text{O} \\ \text{NH}_4\text{HS} [(\text{NH}_4)_2\text{S}] \xrightarrow{\Delta} \text{NH}_3 \uparrow + \text{H}_2\text{S} \uparrow \end{cases}$

(2) 硝酸盐 $\begin{cases} 2\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \xrightarrow{\Delta} 2\text{CuO} + 4\text{NO}_2 \uparrow + \text{O}_2 \uparrow \\ 2\text{AgNO}_3 \xrightarrow{\Delta} 2\text{Ag} + 2\text{NO}_2 \uparrow + \text{O}_2 \uparrow \end{cases}$

16. 特征网络

(1) $A \xrightarrow{\text{O}_2} B \xrightarrow{\text{O}_2} C \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} D (\text{酸或碱})$

① $\text{NH}_3 (\text{气体}) \xrightarrow{\text{O}_2} \text{NO} \xrightarrow{\text{O}_2} \text{NO}_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{HNO}_3$

② $\text{H}_2\text{S} (\text{气体}) \xrightarrow{\text{O}_2} \text{SO}_2 \xrightarrow{\text{O}_2} \text{SO}_3 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{H}_2\text{SO}_4$

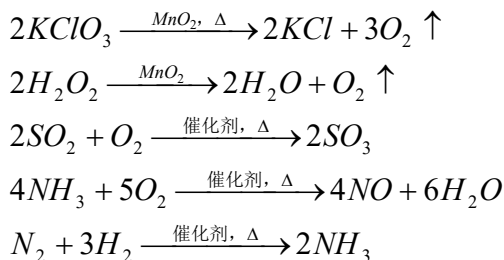
③ $\text{C} (\text{固体}) \xrightarrow{\text{O}_2} \text{CO} \xrightarrow{\text{O}_2} \text{CO}_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{H}_2\text{CO}_3$

④ $\text{Na} (\text{固体}) \xrightarrow{\text{O}_2} \text{Na}_2\text{O} \xrightarrow{\text{O}_2} \text{Na}_2\text{O}_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{NaOH}$

(2) $A \begin{cases} \xrightarrow{\text{强酸}} \text{气体} B \\ \xrightarrow{\text{强碱}} \text{气体} C \end{cases}$

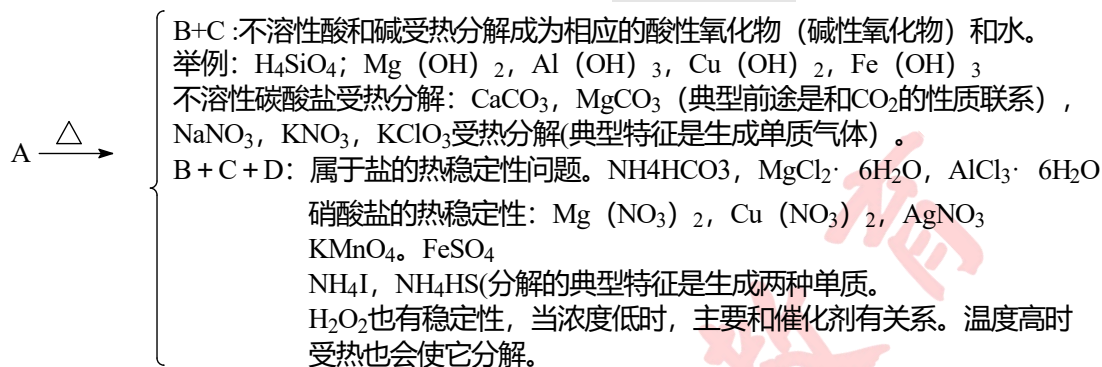
A 为弱酸的铵盐: $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ 或 NH_4HCO_3 ; $(\text{NH}_4)_2\text{S}$ 或 NH_4HS ; $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_3$ 或 NH_4HSO_3

(3) 无机框图中常用到催化剂的反应:



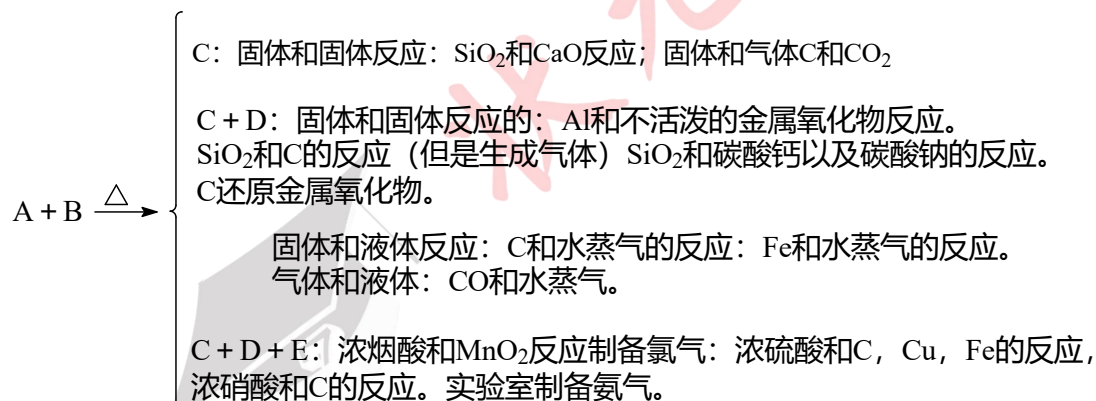
17. 关于反应形式的联想:

1. 热分解反应: 典型的特征是一种物质加热 (1 变 2 或 1 变 3)。



含有电解熔融的 Al_2O_3 来制备金属铝、电解熔融的 NaCl 来制备金属钠。

2. 两种物质的加热反应:



六、常见的重要氧化剂、还原剂

氧化剂	还原剂
活泼非金属单质: X_2 、 O_2 、S	活泼金属单质: Na、Mg、Al、Zn、Fe 某些非金属单质: C、 H_2 、S
高价金属离子: Fe^{3+} 、 Sn^{4+} 不活泼金属离子: Cu^{2+} 、 Ag^+ 其它: [$\text{Ag}(\text{NH}_3)_2$] $^+$ 、新制 $\text{Cu}(\text{OH})_2$	低价金属离子: Fe^{2+} 、 Sn^{2+} 非金属的阴离子及其化合物: S^{2-} 、 H_2S 、 I^- 、HI、 NH_3 、Cl $^-$ 、HCl、Br $^-$ 、HBr

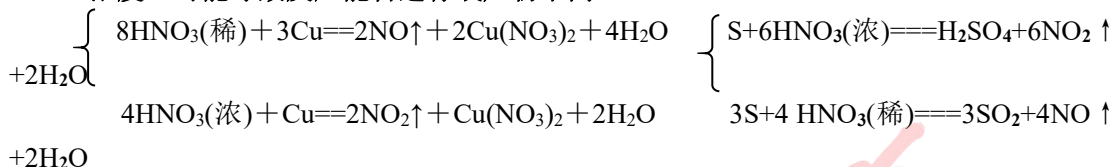
含氧化合物: NO_2 、 N_2O_5 、 MnO_2 、 Na_2O_2 、 H_2O_2 、 HClO 、 HNO_3 、浓 H_2SO_4 、 NaClO 、 $\text{Ca}(\text{ClO})_2$ 、 KClO_3 、 KMnO_4 、王水

低价含氧化合物: CO 、 SO_2 、 H_2SO_3 、 Na_2SO_3 、 $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ 、 NaNO_2 、 $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ 、含-CHO 的有机物: 醛、甲酸、甲酸盐、甲酸某酯、葡萄糖、麦芽糖等

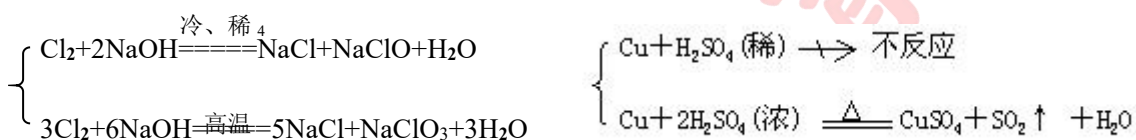
既作氧化剂又作还原剂的有: S 、 SO_3^{2-} 、 HSO_3^- 、 H_2SO_3 、 SO_2 、 NO_2^- 、 Fe^{2+} 及含-CHO 的有机物

七、反应条件对氧化—还原反应的影响.

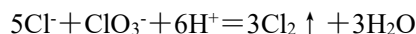
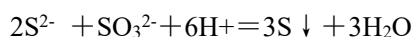
1. 浓度: 可能导致反应能否进行或产物不同



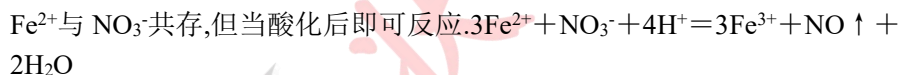
2. 温度: 可能导致反应能否进行或产物不同



3. 溶液酸碱性.

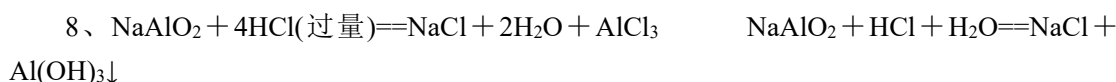
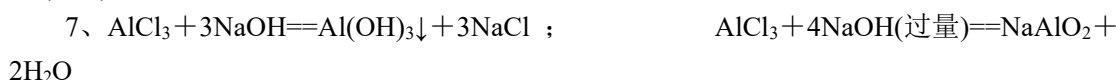
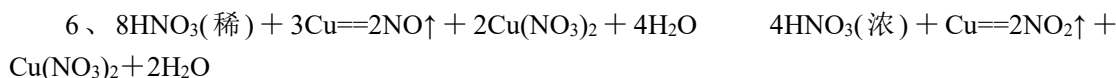
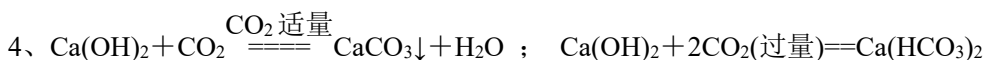
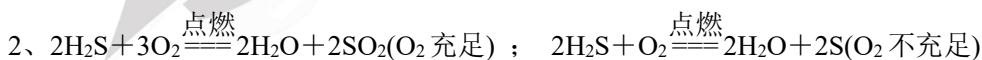


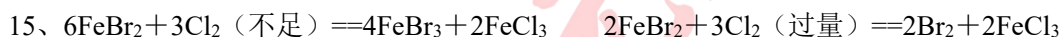
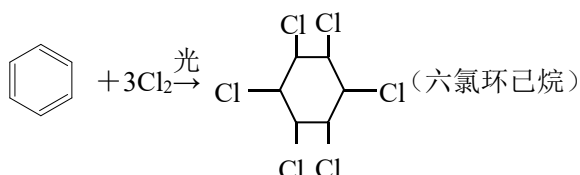
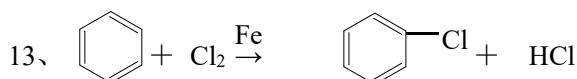
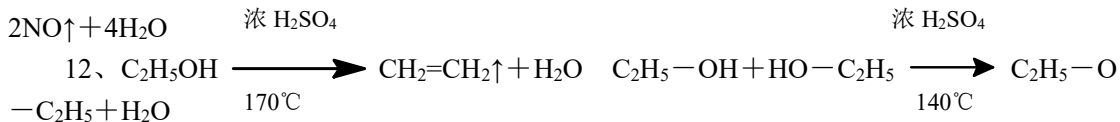
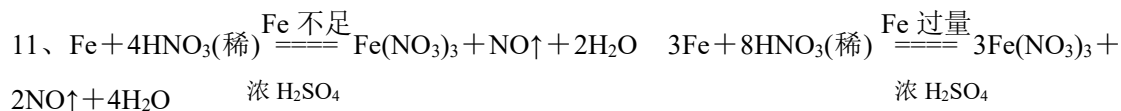
S^{2-} 、 SO_3^{2-} 、 Cl^- 、 ClO_3^- 在酸性条件下均反应而在碱性条件下共存.



一般含氧酸盐作氧化剂, 在酸性条件下, 氧化性比在中性及碱性环境中强. 故酸性 KMnO_4 溶液氧化性较强.

4. 条件不同, 生成物则不同





八、离子共存问题

离子在溶液中能否大量共存，涉及到离子的性质及溶液酸碱性等综合知识。凡能使溶液中因反应发生使有关离子浓度显著改变的均不能大量共存。如生成难溶、难电离、气体物质或能转变成其它种类的离子（包括氧化一还原反应）。

一般可从以下几方面考虑

1. 弱碱阳离子只存在于酸性较强的溶液中。如 Fe^{3+} 、 Al^{3+} 、 Zn^{2+} 、 Cu^{2+} 、 NH_4^+ 、 Ag^+ 等均与 OH^- 不能大量共存。

2. 弱酸阴离子只存在于碱性溶液中。如 CH_3COO^- 、 F^- 、 CO_3^{2-} 、 SO_3^{2-} 、 S^{2-} 、 PO_4^{3-} 、 AlO_2^- 均与 H^+

不能大量共存。

4. 弱酸的酸式阴离子在酸性较强或碱性较强的溶液中均不能大量共存。它们遇强酸（ H^+ ）会生成弱

酸分子；遇强碱（ OH^- ）生成正盐和水。如： HSO_3^- 、 HCO_3^- 、 HS^- 、 H_2PO_4^- 、 HPO_4^{2-} 等

4. 若阴、阳离子能相互结合生成难溶或微溶性的盐，则不能大量共存。如： Ba^{2+} 、 Ca^{2+} 与 CO_3^{2-} 、

SO_3^{2-} 、 PO_4^{3-} 、 SO_4^{2-} 等； Ag^+ 与 Cl^- 、 Br^- 、 I^- 等； Ca^{2+} 与 F^- 、 $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$ 等

5. 若阴、阳离子发生双水解反应，则不能大量共存。如： Al^{3+} 与 HCO_3^- 、 CO_3^{2-} 、 HS^- 、 S^{2-} 、 AlO_2^- 、 ClO^- 、

SiO_3^{2-} 等 Fe^{3+} 与 HCO_3^- 、 CO_3^{2-} 、 AlO_2^- 、 ClO^- 、 SiO_3^{2-} 、 $\text{C}_6\text{H}_5\text{O}^-$ 等； NH_4^+ 与 AlO_2^- 、 SiO_3^{2-} 、 ClO^- 、 CO_3^{2-} 等

6. 若阴、阳离子能发生氧化一还原反应则不能大量共存.如: Fe^{3+} 与 I^- 、 S^{2-} ; MnO_4^- (H^+) 与 I^- 、 Br^- 、

Cl^- 、 S^{2-} 、 SO_3^{2-} 、 Fe^{2+} 等; NO_3^- (H^+) 与上述阴离子; S^{2-} 、 SO_3^{2-} 、 H^+

7. 因络合反应或其它反应而不能大量共存

如: Fe^{3+} 与 F^- 、 CN^- 、 SCN^- 等; H_2PO_4^- 与 PO_4^{3-} 会生成 HPO_4^{2-} , 故两者不共存.

九、离子方程式判断常见错误及原因分析

1. 离子方程式书写的基本规律要求: (写、拆、删、查四个步骤来写)

(1) 合事实: 离子反应要符合客观事实, 不可臆造产物及反应。

(2) 式正确: 化学式与离子符号使用正确合理。

(3) 号实际: “=”“ $\rightleftharpoons$ ”“ $\rightarrow$ ”“ $\uparrow$ ”“ $\downarrow$ ”等符号符合实际。

(4) 两守恒: 两边原子数、电荷数必须守恒(氧化还原反应离子方程式中氧化剂得电子总数与还原剂失电子总数要相等)。

(5) 明类型: 分清类型, 注意少量、过量等。

(6) 细检查: 结合书写离子方程式过程中易出现的错误, 细心检查。

例如: (1)违背反应客观事实

如: Fe_2O_3 与氢碘酸: $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ = 2\text{Fe}^{3+} + 3\text{H}_2\text{O}$ 错因: 忽视了 Fe^{3+} 与 I^- 发生氧化一还原反应

(2)违反质量守恒或电荷守恒定律及电子得失平衡

如: FeCl_2 溶液中通 Cl_2 : $\text{Fe}^{2+} + \text{Cl}_2 = \text{Fe}^{3+} + 2\text{Cl}^-$ 错因: 电子得失不相等, 离子电荷不守恒

(3)混淆化学式(分子式)和离子书写形式

如: NaOH 溶液中通入 HI : $\text{OH}^- + \text{HI} = \text{H}_2\text{O} + \text{I}^-$ 错因: HI 误认为弱酸。

(4)反应条件或环境不分:

如: 次氯酸钠中加浓 HCl : $\text{ClO}^- + \text{H}^+ + \text{Cl}^- = \text{OH}^- + \text{Cl}_2 \uparrow$ 错因: 强酸制得强碱

(5)忽视一种物质中阴、阳离子配比。

如: H_2SO_4 溶液加入 $\text{Ba}(\text{OH})_2$ 溶液: $\text{Ba}^{2+} + \text{OH}^- + \text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} = \text{BaSO}_4 \downarrow + \text{H}_2\text{O}$

正确: $\text{Ba}^{2+} + 2\text{OH}^- + 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} = \text{BaSO}_4 \downarrow + 2\text{H}_2\text{O}$

(6) “=” “ $\rightleftharpoons$ ” “ $\uparrow$ ” “ $\downarrow$ ” 符号运用不当

如: $\text{Al}^{3+} + 3\text{H}_2\text{O} = \text{Al}(\text{OH})_3 \downarrow + 3\text{H}^+$ 注意: 盐的水解一般是可逆的, $\text{Al}(\text{OH})_3$ 量少, 故不能打 “ $\downarrow$ ”

2. 判断离子共存时, 审题一定要注意题中给出的附加条件。

错误! 未找到引用源。酸性溶液 (H^+)、碱性溶液 (OH^-)、能在加入铝粉后放出可燃气体的溶液、由水电离出的 H^+ 或 OH^-

$1 \times 10^{-7} \text{mol/L}$ ($a > 7$ 或 $a < 7$) 的溶液等。

错误! 未找到引用源。有色离子 MnO_4^- , Fe^{3+} , Fe^{2+} , Cu^{2+} , $\text{Fe}(\text{SCN})^{2+}$ 。 错误! 未找到引用源。 MnO_4^- , NO_3^- 等在酸性条件下具有强氧化性。

错误! 未找到引用源。 $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ 在酸性条件下发生氧化还原反应: $\text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 2\text{H}^+ = \text{S} \downarrow + \text{SO}_2 \uparrow + \text{H}_2\text{O}$

错误! 未找到引用源。注意题目要求 “一定大量共存” 还是 “可能大量共存”; “不能大量共存” 还是 “一定不能大量共存”。

错误! 未找到引用源。看是否符合题设条件和要求, 如 “过量”、“少量”、“适量”、“等物质的量”、“任意量” 以及滴加试剂的先后顺序对反应的影响等。

十、中学化学实验操作中的七原则

1. “从下往上”原则。
2. “从左到右”原则。
3. 先“塞”后“定”原则。
4. “固体先放”原则，“液体后加”原则。
5. 先验气密性(装入药口前进行)原则。
6. 后点酒精灯(所有装置装完后再点酒精灯)原则。
7. 连接导管通气是长进短出原则。

十一、特殊试剂的存放和取用 10 例

1. Na、K: 隔绝空气; 防氧化, 保存在煤油中(或液态烷烃中), (Li 用石蜡密封保存)。用镊子取, 玻片上切, 滤纸吸煤油, 剩余部分随即放入煤油中。
2. 白磷: 保存在水中, 防氧化, 放冷暗处。镊子取, 立即放入水中用长柄小刀切取, 滤纸吸干水分。
3. 液 Br_2 : 有毒易挥发, 盛于磨口的细口瓶中, 并用水封。瓶盖严密。
4. I_2 : 易升华, 且具有强烈刺激性气味, 应保存在用蜡封好的瓶中, 放置低温处。
5. 浓 HNO_3 , AgNO_3 : 见光易分解, 应保存在棕色瓶中, 放在低温避光处。
6. 固体烧碱: 易潮解, 应用易于密封的干燥大口瓶保存。瓶口用橡胶塞塞严或用塑料盖盖紧。
7. $\text{NH}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$: 易挥发, 应密封放低温处。
8. C_6H_6 、 $\text{C}_6\text{H}_5\text{—CH}_3$ 、 $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ 、 $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OCH}_2\text{CH}_3$: 易挥发、易燃, 密封存放低温处, 并远离火源。
9. Fe^{2+} 盐溶液、 H_2SO_3 及其盐溶液、氢硫酸及其盐溶液: 因易被空气氧化, 不宜长期放置, 应现用现配。
10. 卤水、石灰水、银氨溶液、 $\text{Cu}(\text{OH})_2$ 悬浊液等, 都要随配随用, 不能长时间放置。

十二、中学化学中与“0”有关的实验问题 4 例及小数点问题

1. 滴定管最上面的刻度是 0。小数点为两位
2. 量筒最下面的刻度是 0。小数点为一位
3. 温度计中间刻度是 0。小数点为一位
4. 托盘天平的标尺中央数值是 0。小数点为一位

十三、能够做喷泉实验的气体

- 1、 NH_3 、 HCl 、 HBr 、 HI 等极易溶于水的气体均可做喷泉实验。
- 2、 CO_2 、 Cl_2 、 SO_2 与氢氧化钠溶液;
- 3、 C_2H_2 、 C_2H_2 与溴水反应

十四、比较金属性强弱的依据

- 金属性: 金属气态原子失去电子能力的性质;
金属活动性: 水溶液中, 金属原子失去电子能力的性质。
注: 金属性与金属活动性并非同一概念, 两者有时表现为不一致,
- 1、同周期中, 从左向右, 随着核电荷数的增加, 金属性减弱;
同主族中, 由上到下, 随着核电荷数的增加, 金属性增强;
 - 2、依据最高价氧化物的水化物碱性的强弱; 碱性愈强, 其元素的金属性也愈强;
 - 3、依据金属活动性顺序表(极少数例外);
 - 4、常温下与酸反应剧烈程度;
 - 5、常温下与水反应的剧烈程度;
 - 6、与盐溶液之间的置换反应;
 - 7、高温下与金属氧化物间的置换反应。

十五、比较非金属性强弱的依据

- 1、同周期中，从左到右，随核电荷数的增加，非金属性增强；
同主族中，由上到下，随核电荷数的增加，非金属性减弱；
- 2、依据最高价氧化物的水化物酸性的强弱：酸性愈强，其元素的非金属性也愈强；
- 3、依据其气态氢化物的稳定性：稳定性愈强，非金属性愈强；
- 4、与氢气化合的条件；
- 5、与盐溶液之间的置换反应；
- 6、其他，例： $2\text{Cu} + \text{S} \xrightarrow{\Delta} \text{Cu}_2\text{S}$ $\text{Cu} + \text{Cl}_2 \xrightarrow{\text{点燃}} \text{CuCl}_2$ 所以，Cl 的非金属性强于 S。

十六、“10 电子”、“18 电子”的微粒小结

1. “10 电子”的微粒：

	分子	离子
一核 10 电子的	Ne	N^{3-} 、 O^{2-} 、 F^- 、 Na^+ 、 Mg^{2+} 、 Al^{3+}
二核 10 电子的	HF	OH^- 、
三核 10 电子的	H_2O	NH_2^-
四核 10 电子的	NH_3	H_3O^+
五核 10 电子的	CH_4	NH_4^+

2. “18 电子”的微粒

	分子	离子
一核 18 电子的	Ar	K^+ 、 Ca^{2+} 、 Cl^- 、 S^{2-}
二核 18 电子的	F_2 、HCl	HS^-
三核 18 电子的	H_2S	
四核 18 电子的	PH_3 、 H_2O_2	
五核 18 电子的	SiH_4 、 CH_3F	
六核 18 电子的	N_2H_4 、 CH_3OH	

注：其它诸如 C_2H_6 、 N_2H_5^+ 、 $\text{N}_2\text{H}_6^{2+}$ 等亦为 18 电子的微粒。

十七、微粒半径的比较：

1. 判断的依据
电子层数： 相同条件下，电子层越多，半径越大。
核电荷数： 相同条件下，核电荷数越多，半径越小。
最外层电子数 相同条件下，最外层电子数越多，半径越大。
2. 具体规律：
 - 1、同周期元素的原子半径随核电荷数的增大而减小（稀有气体除外）
如： $\text{Na} > \text{Mg} > \text{Al} > \text{Si} > \text{P} > \text{S} > \text{Cl}$ 。
 - 2、同主族元素的原子半径随核电荷数的增大而增大。如： $\text{Li} < \text{Na} < \text{K} < \text{Rb} < \text{Cs}$
 - 3、同主族元素的离子半径随核电荷数的增大而增大。如： $\text{F}^- < \text{Cl}^- < \text{Br}^- < \text{I}^-$
 - 4、电子层结构相同的离子半径随核电荷数的增大而减小。如： $\text{F}^- > \text{Na}^+ > \text{Mg}^{2+} > \text{Al}^{3+}$
 - 5、同一元素不同价态的微粒半径，价态越高离子半径越小。如 $\text{Fe} > \text{Fe}^{2+} > \text{Fe}^{3+}$

十八、各种“水”汇集

1. 纯净物：重水 D_2O ；超重水 T_2O ；蒸馏水 H_2O ；双氧水 H_2O_2 ；水银 Hg； 水晶 SiO_2 。
2. 混合物：氨水(分子： NH_3 、 H_2O 、 $\text{NH}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ ；离子： NH_4^+ 、 OH^- 、 H^+)

氯水(分子: Cl_2 、 H_2O 、 HClO ; 离子: H^+ 、 Cl^- 、 ClO^- 、 OH^-) 苏打水(Na_2CO_3 的溶液)

生理盐水(0.9%的 NaCl 溶液) 水玻璃(Na_2SiO_3 水溶液)

水泥($2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2$ 、 $3\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2$ 、 $3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3$) 卤水(MgCl_2 、 NaCl 及少量 MgSO_4)

王水(由浓 HNO_3 和浓盐酸以 1:3 的体积比配制成的混合物)

十九、具有漂白作用的物质

氧化作用	化合作用	吸附作用
Cl_2 、 O_3 、 Na_2O_2 、浓 HNO_3	SO_2	活性炭
化学变化		物理变化
不可逆	可逆	

其中能氧化指示剂而使指示剂褪色的主要有 $\text{Cl}_2(\text{HClO})$ 和浓 HNO_3 及 Na_2O_2

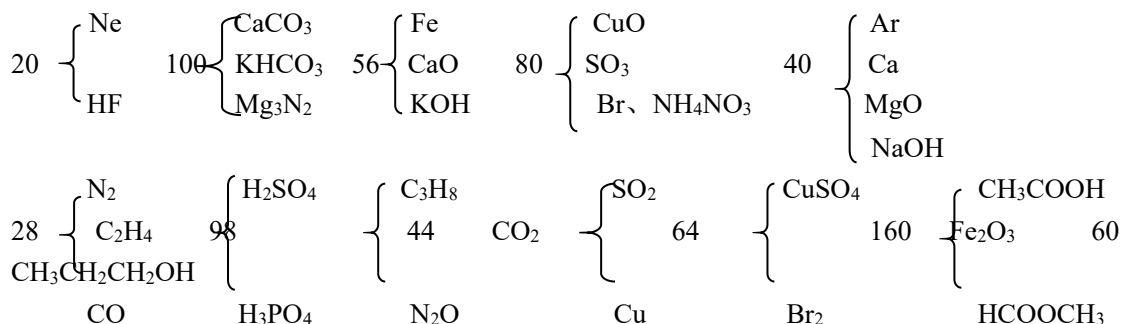
二十、各种“气”汇集

1. 无机的: 爆鸣气(H_2 与 O_2); 水煤气或煤气(CO 与 H_2); 碳酸气(CO_2)
2. 有机的: 天然气(又叫沼气、坑气, 主要成分为 CH_4)
液化石油气(以丙烷、丁烷为主) 裂解气(以 $\text{CH}_2=\text{CH}_2$ 为主) 焦炉气(H_2 、 CH_4 等)
电石气($\text{CH}\equiv\text{CH}$, 常含有 H_2S 、 PH_3 等)

二十一、滴加顺序不同, 现象不同

1. AgNO_3 与 $\text{NH}_3\cdot\text{H}_2\text{O}$:
 AgNO_3 向 $\text{NH}_3\cdot\text{H}_2\text{O}$ 中滴加——开始无白色沉淀, 后产生白色沉淀
 $\text{NH}_3\cdot\text{H}_2\text{O}$ 向 AgNO_3 中滴加——开始有白色沉淀, 后白色沉淀消失
2. NaOH 与 AlCl_3 :
 NaOH 向 AlCl_3 中滴加——开始有白色沉淀, 后白色沉淀消失
 AlCl_3 向 NaOH 中滴加——开始无白色沉淀, 后产生白色沉淀
3. HCl 与 NaAlO_2 :
 HCl 向 NaAlO_2 中滴加——开始有白色沉淀, 后白色沉淀消失
 NaAlO_2 向 HCl 中滴加——开始无白色沉淀, 后产生白色沉淀
4. Na_2CO_3 与盐酸:
 Na_2CO_3 向盐酸中滴加——开始有气泡, 后不产生气泡
盐酸向 Na_2CO_3 中滴加——开始无气泡, 后产生气泡

二十二、几个很有必要熟记的相等式量



1. 常用相对分子质量

Na_2O_2 : 78 Na_2CO_3 : 106 NaHCO_3 : 84 Na_2SO_4 : 142
 BaSO_4 : 233 $\text{Al}(\text{OH})_3$: 78 $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$: 180

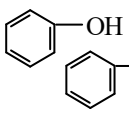
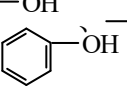
2. 常用换算

5.6L——0.25 mol 2.8L——0.125 mol 15.68L——0.7 mol
 20.16L——0.9 mol 16.8L——0.75 mol

二十三、规律性的知识归纳

1、能与氢气加成的：苯环结构、 $\text{C}=\text{C}$ 、 $\text{C}\equiv\text{C}$ 、 $\text{C}=\text{O}$ 。

$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{O}- \end{array}$ 和 $\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{OH} \end{array}$ 中的 $\text{C}=\text{O}$ 双键不发生加成

2、能与 NaOH 反应的： $-\text{COOH}$ 、、、 $-\text{C}(=\text{O})-\text{O}-$ 。 3、能与 NaHCO_3 反应的： $-\text{COOH}$

4、能与 Na 反应的： $-\text{COOH}$ 、、 $-\text{OH}$ 5、能发生加聚反应的物质
烯烃、二烯烃、乙炔、苯乙烯、烯炔和二烯烃的衍生物。

6、能发生银镜反应的物质 凡是分子中有醛基 ($-\text{CHO}$) 的物质均能发生银镜反应。

(1) 所有的醛 ($\text{R}-\text{CHO}$)； (2) 甲酸、甲酸盐、甲酸某酯；

注：能和新制 $\text{Cu}(\text{OH})_2$ 反应的——除以上物质外，还有酸性较强的酸（如甲酸、乙酸、丙酸、盐酸、硫酸、氢氟酸等），发生中和反应。

7、能与溴水反应而使溴水褪色或变色的物质

(一) 有机

1. 不饱和烃（烯烃、炔烃、二烯烃、苯乙烯等）；
2. 不饱和烃的衍生物（烯醇、烯醛、油酸、油酸盐、油酸某酯、油等）
3. 石油产品（裂化气、裂解气、裂化汽油等）；
4. 苯酚及其同系物（因为能与溴水取代而生成三溴酚类沉淀）
5. 含醛基的化合物
6. 天然橡胶（聚异戊二烯） $\text{CH}_2=\text{CH}-\text{C}(\text{CH}_3)=\text{CH}_2$

(二) 无机

1. -2 价硫 (H_2S 及硫化物)； CH_3
2. $+4$ 价硫 (SO_2 、 H_2SO_3 及亚硫酸盐)；
3. $+2$ 价铁：

$6\text{FeSO}_4 + 3\text{Br}_2 = 2\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3 + 2\text{FeBr}_3$
 $6\text{FeCl}_2 + 3\text{Br}_2 = 4\text{FeCl}_3 + 2\text{FeBr}_3$
 $2\text{FeI}_2 + 3\text{Br}_2 = 2\text{FeBr}_3 + 2\text{I}_2$

}

变色

4. Zn 、 Mg 等单质 如 $\text{Mg} + \text{Br}_2 \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{MgBr}_2$

(此外，其中亦有 Mg 与 H^+ 、 Mg 与 HBrO 的反应)

5. -1 价的碘（氢碘酸及碘化物） 变色
6. NaOH 等强碱： $\text{Br}_2 + 2\text{OH}^- = \text{Br}^- + \text{BrO}^- + \text{H}_2\text{O}$
7. AgNO_3

8、能使酸性高锰酸钾溶液褪色的物质

(一) 有机

1. 不饱和烃（烯烃、炔烃、二烯烃、苯乙烯等）；
2. 苯的同系物；

3. 不饱和烃的衍生物（烯醇、烯醛、烯酸、卤代烃、油酸、油酸盐、油酸酯等）；
4. 含醛基的有机物（醛、甲酸、甲酸盐、甲酸某酯等）；
5. 石油产品（裂解气、裂化气、裂化汽油等）；
6. 煤产品（煤焦油）；
7. 天然橡胶（聚异戊二烯）。

（二）无机

1. -2 价硫的化合物（ H_2S 、氢硫酸、硫化物）；
2. $+4$ 价硫的化合物（ SO_2 、 H_2SO_3 及亚硫酸盐）；
3. 双氧水（ H_2O_2 ，其中氧为 -1 价）

9、最简式相同的有机物

1. CH ： C_2H_2 和 C_6H_6
2. CH_2 ：烯烃和环烷烃
3. CH_2O ：甲醛、乙酸、甲酸甲酯、葡萄糖
4. $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$ ：饱和一元醛（或饱和一元酮）与二倍于其碳原子数和饱和一元羧酸或酯；
举一例：乙醛（ $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$ ）与丁酸及其异构体（ $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ ）

10、同分异构体（几种化合物具有相同的分子式，但具有不同的结构式）

- | | | | |
|------------|---------------------------------------|---------------|-----------------------------------|
| 1、醇—醚 | $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}_x$ | 2、醛—酮—环氧烷（环醚） | $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$ |
| 3、羧酸—酯—羟基醛 | $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ | 4、氨基酸—硝基烷 | |
| 5、单烯烃—环烷烃 | C_nH_{2n} | 6、二烯烃—炔烃 | $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$ |

11、能发生取代反应的物质及反应条件

1. 烷烃与卤素单质：卤素蒸汽、光照；
2. 苯及苯的同系物与①卤素单质： Fe 作催化剂；
②浓硝酸： $50\sim 60^\circ\text{C}$ 水浴；浓硫酸作催化剂
③浓硫酸： $70\sim 80^\circ\text{C}$ 水浴；
3. 卤代烃水解： NaOH 的水溶液；
4. 醇与氢卤酸的反应：新制的氢卤酸(酸性条件)；
5. 酯类的水解：无机酸或碱催化；
6. 酚与浓溴水（乙醇与浓硫酸在 140°C 时的脱水反应，事实上也是取代反应。）

二十四、实验中水的妙用

1. 水封：在中学化学实验中，液溴需要水封，少量白磷放入盛有冷水的广口瓶中保存，通过水的覆盖，既可隔绝空气防止白磷蒸气逸出，又可使其保持在燃点之下；液溴极易挥发有剧毒，它在水中溶解度较小，比水重，所以亦可进行水封减少其挥发。

2. 水浴：酚醛树脂的制备(沸水浴)；硝基苯的制备($50\sim 60^\circ\text{C}$)、乙酸乙酯的水解($70\sim 80^\circ\text{C}$)、蔗糖的水解($70\sim 80^\circ\text{C}$)、硝酸钾溶解度的测定(室温 $\sim 100^\circ\text{C}$)需用温度计来控制温度；银镜反应需用温水浴加热即可。

3. 水集：排水集气法可以收集难溶或不溶于水的气体，中学阶段有 O_2 ， H_2 ， C_2H_4 ， C_2H_2 ， CH_4 ， NO 。有些气体在水中有一定溶解度，但可以在水中加入某物质降低其溶解度，如：用排饱和食盐水法收集氯气。

4. 水洗：用水洗的方法可除去某些难溶气体中的易溶杂质，如除去 NO 气体中的 NO_2 杂质。

5. 鉴别：可利用一些物质在水中溶解度或密度的不同进行物质鉴别，如：苯、乙醇 溴乙烷三瓶未有标签的无色液体，用水鉴别时浮在水上的是苯，溶在水中的是乙醇，沉于水下的是溴乙烷。利用溶解性溶解热鉴别，如：氢氧化钠、硝酸铵、氯化钠、碳酸钙，仅用水可

资鉴别。

6. 检漏：气体发生装置连好后，应用热胀冷缩原理，可用水检查其是否漏气。

二十五、有机物的官能团：

1. 碳碳双键： >C=C<
2. 碳碳叁键： $\text{—C}\equiv\text{C—}$
3. 卤（氟、氯、溴、碘）原子： —X
4. （醇、酚）羟基： —OH
5. 醛基： —CHO
6. 羧基： —COOH
7. 酯类的基团： $\text{—}\overset{\text{O}}{\parallel}\text{C—O—}$

二十六、各类有机物的通式、及主要化学性质

烷烃 $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ 仅含 C—C 键 与卤素等发生取代反应、热分解、不与高锰酸钾、溴水、强酸强碱反应

烯烃 C_nH_{2n} 含 C=C 键 与卤素等发生加成反应、与高锰酸钾发生氧化反应、聚合反应、加聚反应

炔烃 $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$ 含 $\text{C}\equiv\text{C}$ 键 与卤素等发生加成反应、与高锰酸钾发生氧化反应、聚合反应

苯（芳香烃） C_6H_6 与卤素等发生取代反应、与氢气等发生加成反应（甲苯、乙苯等苯的同系物可以与高锰酸钾发生氧化反应）

卤代烃： $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{X}$ 醇： $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{OH}$ 或 $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$ 苯酚：

遇到 FeCl_3 溶液显紫色

醛： $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$

羧酸： $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$

酯： $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$

二十七、有机反应类型：

取代反应：有机物分子里的某些原子或原子团被其他原子或原子团所代替的反应。

加成反应：有机物分子里不饱和的碳原子跟其他原子或原子团直接结合的反应。

聚合反应：一种单体通过不饱和键相互加成而形成高分子化合物的反应。

加聚反应：一种或多种单体通过不饱和键相互加成而形成高分子化合物的反应。

消去反应：从一个分子脱去一个小分子(如水、卤化氢),因而生成不饱和化合物的反应。

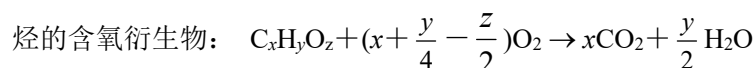
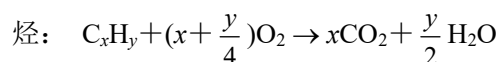
氧化反应：有机物得氧或去氢的反应。

还原反应：有机物加氢或去氧的反应。

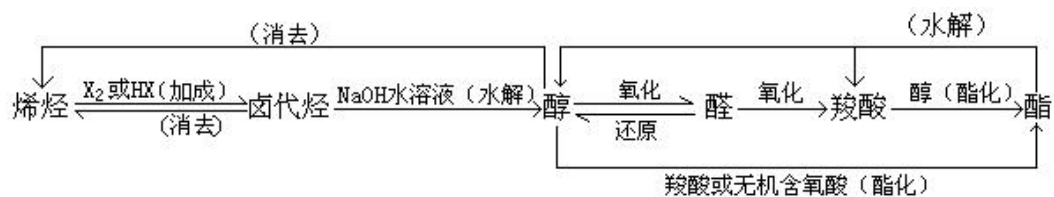
酯化反应：醇和酸起作用生成酯和水的反应。

水解反应：化合物和水反应生成两种或多种物质的反应(有卤代烃、酯、糖等)

二十八、有机物燃烧通式

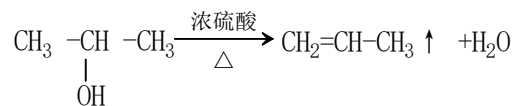


二十九、有机合成路线：

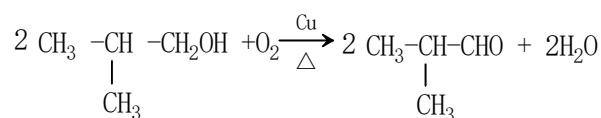


补充:

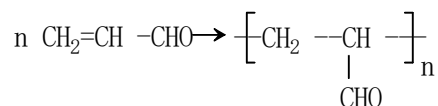
1、



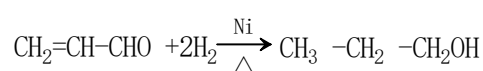
2、



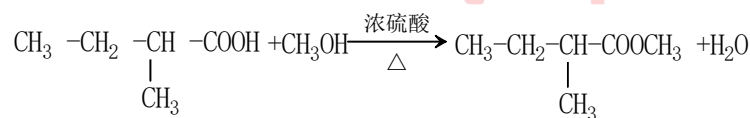
3、



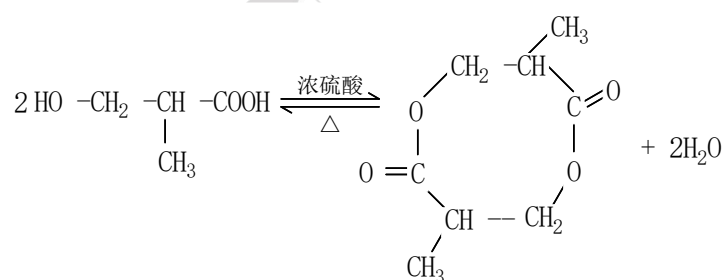
4、



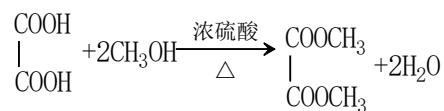
5、



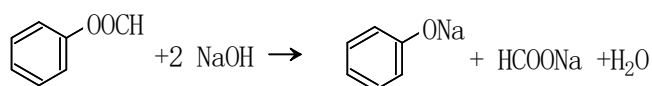
6、



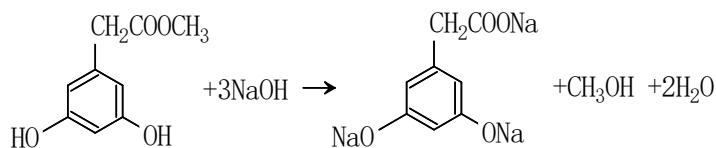
7、



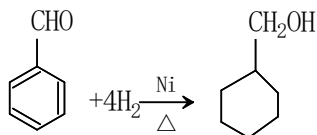
8、



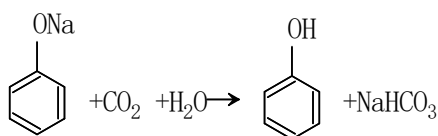
9、



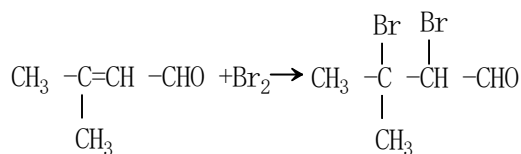
10、



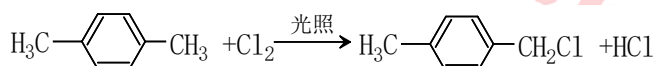
11、



12、



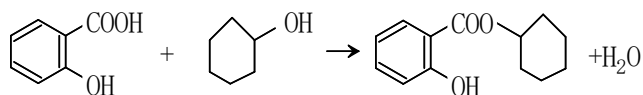
13、



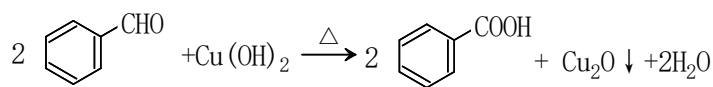
14、



15、



16、



三十、化学计算

(一) 有关化学式的计算

1. 通过化学式，根据组成物质的各元素的原子量，直接计算分子量。
2. 已知标准状况下气体的密度，求气体的式量： $M=22.4\rho$ 。

$$3. \text{ 根据相对密度求式量: } M=M'D. \left(D = \frac{\rho}{\rho'} \right)$$

$$4. \text{ 混合物的平均分子量: } \overline{M} = \frac{\text{物质的总质量(克)}}{\text{混合物物质的量总数}} = M_A \cdot a\% + M_{Bb}\% + \dots$$

5. 相对原子质量

$$\text{①原子的相对原子质量} = \frac{\text{一个原子的质量}}{\text{一个}^{12}_6\text{C原子的质量} \times \frac{1}{12}}$$

A_1 、 A_2 表示同位素相对原子质量， $a_1\%$ 、 $a_2\%$ 表示原子的摩尔分数

$$\text{②元素近似相对原子质量: } \bar{A} = A_1 a_1\% + A_2 a_2\% + \dots$$

(二) 溶液计算

$$1. \quad c = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV} = \frac{N}{N_A V} \quad C = \frac{1000\rho\omega}{M} \quad 2. \text{稀释过程中溶质不变:}$$

$$C_1 V_1 = C_2 V_2.$$

$$3. \text{同溶质的稀溶液相互混合: } C_{\text{混}} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2} \quad (\text{忽略混合时溶液体积变化不计})$$

$$4. \text{溶质的质量分数. } \text{① } a\% = \frac{m_{\text{质}}}{m_{\text{液}}} \times 100\% = \frac{m_{\text{质}}}{m_{\text{质}} + m_{\text{剂}}} \times 100\%$$

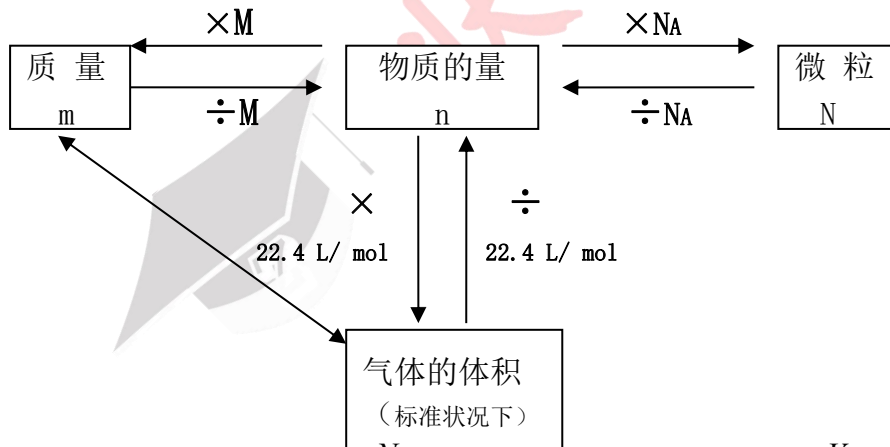
$$\text{② } a\% = \frac{S}{100 + S} \times 100\% \quad (\text{饱和溶液, } S \text{ 代表溶质该条件下的溶解度})$$

$$\text{③混合: } m_1 a_1\% + m_2 a_2\% = (m_1 + m_2) a_{\text{混}}\% \quad \text{④稀释: } m_1 a_1\% = m_2 a_2\%$$

5. 有关 pH 值的计算: 酸算 H^+ , 碱算 OH^-

$$\text{I. } \text{pH} = -\lg[H^+] \quad C(H^+) = 10^{-\text{pH}}$$

$$\text{II. } K_w = [H^+][OH^-] = 10^{-14} \quad (25^\circ\text{C时})$$



$$6. \text{图中的公式: } 1. \quad n = \frac{N}{N_A} \quad 2. \quad n = \frac{m}{M} \quad 3. \quad n = \frac{V}{V_m} \quad 4. \quad n = \frac{n}{V}$$

三十一、阿伏加德罗定律

1. 内容: 在同温同压下, 同体积的气体含有相等的分子数。即“三同”定“一等”。

2. 推论

$$(1) \text{同温同压下, } V_1/V_2 = n_1/n_2 \quad (2) \text{同温同体积时, } p_1/p_2 = n_1/n_2 = N_1/N_2$$

$$(3) \text{同温同压等质量时, } V_1/V_2 = M_2/M_1 \quad (4) \text{同温同压同体积时, } M_1/M_2 = \rho_1/\rho_2$$

注意: (1) 阿伏加德罗定律也适用于混合气体。

(2) 考查气体摩尔体积时, 常用在标准状况下非气态的物质来迷惑考生, 如 H_2O 、 SO_3 、己烷、辛烷、 $CHCl_3$ 、乙醇等。

(3) 物质结构和晶体结构: 考查一定物质的量的物质中含有多少微粒(分子、原子、电子、

质子、中子等)时常涉及稀有气体 He、Ne 等单原子分子, Cl₂、N₂、O₂、H₂ 双原子分子。胶体粒子及晶体结构: P₄、金刚石、石墨、二氧化硅等结构。

(4) 要用到 22.4L·mol⁻¹ 时, 必须注意气体是否处于标准状况下, 否则不能用此概念;

(5) 某些原子或原子团在水溶液中能发生水解反应, 使其数目减少;

(6) 注意常见的可逆反应: 如 NO₂ 中存在着 NO₂ 与 N₂O₄ 的平衡;

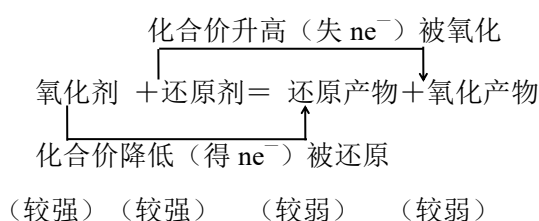
(7) 不要把原子序数当成相对原子质量, 也不能把相对原子质量当相对分子质量。

(8) 较复杂的化学反应中, 电子转移数的求算一定要细心。如 Na₂O₂+H₂O; Cl₂+NaOH; 电解 AgNO₃ 溶液等。

三十二、氧化还原反应

升失氧还还、降得还氧氧

(氧化剂/还原剂, 氧化产物/还原产物, 氧化反应/还原反应)



氧化性: 氧化剂 > 氧化产物

还原性: 还原剂 > 还原产物

三十三、盐类水解

盐类水解, 水被弱解; 有弱才水解, 无弱不水解; 越弱越水解, 都弱双水解; 谁强呈谁性, 同强呈中性。

电解质溶液中的守恒关系

错误! 未找到引用源。电荷守恒: 电解质溶液中所有阳离子所带有的正电荷数与所有的阴离子所带的负电荷数相等。如 NaHCO₃ 溶液中: $n(\text{Na}^+) + n(\text{H}^+) = n(\text{HCO}_3^-) + 2n(\text{CO}_3^{2-}) + n(\text{OH}^-)$
推出: $[\text{Na}^+] + [\text{H}^+] = [\text{HCO}_3^-] + 2[\text{CO}_3^{2-}] + [\text{OH}^-]$

错误! 未找到引用源。物料守恒: 电解质溶液中由于电离或水解因素, 离子会发生变化变成其它离子或分子等, 但离子或分子中某种特定元素的原子的总数是不会改变的。如 NaHCO₃ 溶液中: $n(\text{Na}^+) : n(\text{C}) = 1 : 1$, 推出:

$$c(\text{Na}^+) = c(\text{HCO}_3^-) + c(\text{CO}_3^{2-}) + c(\text{H}_2\text{CO}_3)$$

错误! 未找到引用源。质子守恒: (不一定掌握) 电解质溶液中分子或离子得到或失去质子 (H⁺) 的物质的量应相等。例如: 在 NH₄HCO₃ 溶液中 H₃O⁺、H₂CO₃ 为得到质子后的产物; NH₃、OH⁻、CO₃²⁻ 为失去质子后的产物, 故有以下关系: $c(\text{H}_3\text{O}^+) + c(\text{H}_2\text{CO}_3) = c(\text{NH}_3) + c(\text{OH}^-) + c(\text{CO}_3^{2-})$ 。

三十四、热化学方程式正误判断——“三查”

1. 检查是否标明聚集状态: 固 (s)、液 (l)、气 (g)

2. 检查 ΔH 的 “+” “-” 是否与吸热、放热一致。(注意 ΔH 的 “+” 与 “-”, 放热反应为 “-”, 吸热反应为 “+”)

3. 检查 ΔH 的数值是否与反应物或生成物的物质的量相匹配 (成比例)

注意: 错误! 未找到引用源。要注明反应温度和压强, 若反应在 298K 和 1.013×10⁵Pa 条件下进行, 可不予注明;

错误! 未找到引用源。要注明反应物和生成物的聚集状态, 常用 s、l、g 分别表示固体、液体和气体;

错误! 未找到引用源。ΔH 与化学计量系数有关, 注意不要弄错。方程式与 ΔH 应用分号隔开, 一定要写明 “+”、“-” 数值和单位。计量系数以 “mol” 为单位, 可以是

小数或分数。

错误！未找到引用源。一定要区别比较“反应热”、“中和热”、“燃烧热”等概念的异同。

三十五、浓硫酸“五性”

酸性、强氧化性、吸水性、脱水性、难挥发性

- 化合价不变只显酸性
- 化合价半变既显酸性又显强氧化性
- 化合价全变只显强氧化性

三十六、浓硝酸“四性”

酸性、强氧化性、不稳定性、挥发性

- 化合价不变只显酸性
- 化合价半变既显酸性又显强氧化性
- 化合价全变只显强氧化性

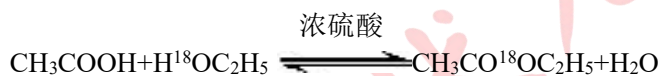
三十七、烷烃系统命名法的步骤

- ①选主链，称某烷
- ②编号位，定支链
- ③取代基，写在前，注位置，短线连
- ④不同基，简到繁，相同基，合并算

烷烃的系统命名法使用时应遵循两个基本原则：①最简化原则，②明确化原则，主要表现在一长一近一多一小，即“一长”是主链要长，“一近”是编号起点离支链要近，“一多”是支链数目要多，“一小”是支链位置号码之和要小，这些原则在命名时或判断命名的正误时均有重要的指导意义。

三十八、酯化反应的反应机理（酸提供羟基，醇提供氢原子）

所以羧酸分子里的羟基与醇分子中羟基上的氢原子结合成水，其余部分互相结合成酯。



三十九、氧化还原反应配平

标价态、列变化、求总数、定系数、后检查

一标出有变的元素化合价；

二列出化合价升降变化

三找出化合价升降的最小公倍数，使化合价升高和降低的数目相等；

四定出氧化剂、还原剂、氧化产物、还原产物的系数；

五平：观察配平其它物质的系数；

六查：检查是否原子守恒、电荷守恒（通常通过检查氧元素的原子数），画上等号。

四十、“五同的区别”

- 同位素(相同的中子数，不同的质子数，是微观微粒)
- 同素异形体(同一种元素不同的单质，是宏观物质)
- 同分异构体(相同的分子式，不同的结构)
- 同系物(组成的元素相同，同一类的有机物，相差一个或若干个的 CH_2)
- 同一种的物质(氯仿和三氯甲烷，异丁烷和 2-甲基丙烷等)

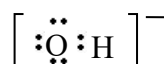
四十一、化学平衡图象题的解题步骤一般是：

看图像：一看面（即横纵坐标的意义）；二看线（即看线的走向和变化趋势）；

三看点（即曲线的起点、折点、交点、终点），先出现拐点的则先达到平衡，说明该曲线表示的温度较高或压强较大，“先拐先平”。四看辅助线（如等温线、等压线、平衡线等）；五看量的变化（如温度变化、浓度变化等），“定一议二”。

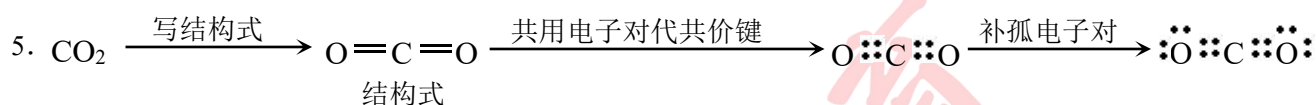
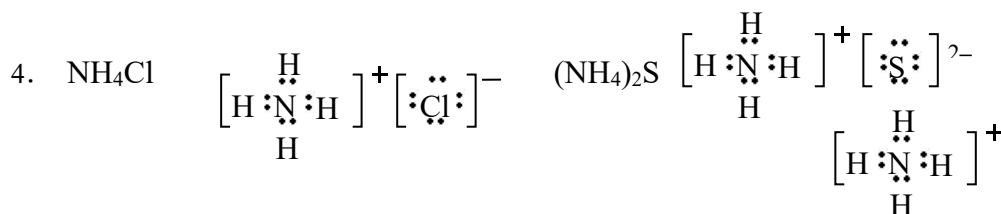
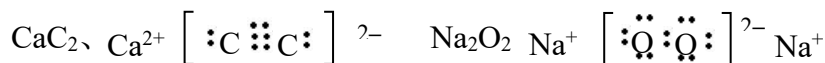
四十二、中学常见物质电子式分类书写

1. Cl^- 的电子式为: $[\text{Cl}]^-$

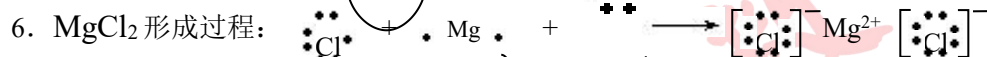


2. -OH:

OH⁻电子式:



电子式



四十三、原电池:

2. 原电池形成三条件: “三看”。先看电极: 两极为导体且活泼性不同;

再看溶液: 两极插入电解质溶液中; 三看回路: 形成闭合回路或两极接触。

3. 原理三要点: (1) 相对活泼金属作负极, 失去电子, 发生氧化反应. (2) 相对不活泼金属 (或碳) 作正极, 得到电子, 发生还原反应 (3) 导线中 (接触) 有电流通过, 使化学能转变为电能

4. 原电池: 把化学能转变为电能的装置

4. 原电池与电解池的比较

	原电池		电解池	
(1) 定义	化学能转变成电能的装置		电能转变成化学能的装置	
(2) 形成条件	合适的电极、合适的电解质溶液、形成回路		电极、电解质溶液 (或熔融的电解质)、外接电源、形成回路	
(3) 电极名称	负极	正极	阳极	阴极
(4) 反应类型	氧化	还原	氧化	还原
(5) 外电路电子流向	负极流出、正极流入		阳极流出、阴极流入	

四十四、等效平衡问题及解题思路

1、等效平衡的含义在一定条件 (定温、定容或定温、定压) 下, 只是起始加入情况不同的同一可逆反应达到平衡后, 任何相同组分 (体积、物质的量) 均相同, 这样的化学平衡互称等效平衡。

2、等效平衡的分类

(1) 定温 (T)、定容 (V) 条件下的等效平衡

I类：对于一般可逆反应，在定 T、V 条件下，只改变起始加入情况，只要通过可逆反应的化学计量数比换算成平衡式左右两边同一边物质的物质的量与原平衡相同，则二平衡等效。

II类：在定 T、V 情况下，对于反应前后气体分子数不变的可逆反应，只要反应物（或生成物）的物质的量的比例与原平衡相同，则二平衡等效。

(2) 定 T、P 下的等效平衡（例 4：与例 3 的相似。如将反应换成合成氨反应）

III类：在 T、P 相同的条件下，改变起始加入情况，只要按化学计量数换算成平衡式左右两边同一边物质的物质的量之比与原平衡相同，则达到平衡后与原平衡等效。

四十五、元素的一些特殊性质

1. 周期表中特殊位置的元素

- ①族序数等于周期数的元素：H、Be、Al、Ge。 ②族序数等于周期数 2 倍的元素：C、S。
- ③族序数等于周期数 3 倍的元素：O。 ④周期数是族序数 2 倍的元素：Li、Ca。
- ⑤周期数是族序数 3 倍的元素：Na、Ba。 ⑥最高正价与最低负价代数和为零的短周期元素：C。
- ⑦最高正价是最低负价绝对值 3 倍的短周期元素：S。 ⑧除 H 外，原子半径最小的元素：F。
- ⑨短周期中离子半径最大的元素：P。

2. 常见元素及其化合物的特性

- ①形成化合物种类最多的元素、单质是自然界中硬度最大的物质的元素或气态氢化物中氢的质量分数最大的元素：C。②空气中含量最多的元素或气态氢化物的水溶液呈碱性的元素：N。③地壳中含量最多的元素、气态氢化物沸点最高的元素或氢化物在通常情况下呈液态的元素：O。④最轻的单质的元素：H；最轻的金属单质的元素：Li。⑤单质在常温下呈液态的非金属元素：Br；金属元素：Hg。⑥最高价氧化物及其对应水化物既能与强酸反应，又能与强碱反应的元素：Be、Al、Zn。⑦元素的气态氢化物和它的最高价氧化物对应水化物能起化合反应的元素：N；能起氧化还原反应的元素：S。⑧元素的气态氢化物能和它的氧化物在常温下反应生成该元素单质的元素：S。⑨元素的单质在常温下能与水反应放出气体的短周期元素：Li、Na、F。⑩常见的能形成同素异形体的元素：C、P、O、S。

一.中学化学实验操作中的七原则

掌握下列七个有关操作顺序的原则，就可以正确解答“实验程序判断题”。

1. “从下往上”原则。以 Cl_2 实验室制法为例，装配发生装置顺序是：放好铁架台→摆好酒精灯→根据酒精灯位置固定好铁圈→石棉网→固定好圆底烧瓶。
2. “从左到右”原则。装配复杂装置遵循从左到右顺序。如上装置装配顺序为：发生装置→集气瓶→烧杯。
3. 先“塞”后“定”原则。带导管的塞子在烧瓶固定前塞好，以免烧瓶固定后因不宜用力而塞不紧或因用力过猛而损坏仪器。
4. “固体先放”原则。上例中，烧瓶内试剂 MnO_2 应在烧瓶固定前装入，以免固体放入时损坏烧瓶。总之固体试剂应在固定前加入相应容器中。
5. “液体后加”原则。液体药品在烧瓶固定后加入。如上例浓盐酸应在烧瓶固定后在分液漏斗中缓慢加入。
6. 先验气密性(装入药口前进行)原则。
7. 后点酒精灯(所有装置装完后再点酒精灯)原则。

二.中学化学实验中温度计的使用分哪三种情况以及哪些实验需要温度计

1. 测反应混合物的温度：这种类型的实验需要测出反应混合物的准确温度，因此，应将温度计插入混合物中间。①测物质溶解度。②实验室制乙烯。
2. 测蒸气的温度：这种类型的实验，多用于测量物质的沸点，由于液体在沸腾时，液体和蒸气的温度相同，所以只要测蒸气的温度。①实验室蒸馏石油。②测定乙醇的沸点。
3. 测水浴温度：这种类型的实验，往往只要使反应物的温度保持相对稳定，所以利用水浴加热，温度计则插入水浴中。①温度对反应速率影响的反应。②苯的硝化反应。

三.常见的需要塞入棉花的实验有哪些需要塞入少量棉花的实验：

加热 KMnO_4 制氧气 制乙炔和收集 NH_3 其作用分别是：防止 KMnO_4 粉末进入导管；防止实验中产生的泡沫涌入导管；防止氨气与空气对流，以缩短收集 NH_3 的时间。

四.常见物质分离提纯的 10 种方法

1. 结晶和重结晶：利用物质在溶液中溶解度随温度变化较大，如 NaCl ， KNO_3 。
2. 蒸馏冷却法：在沸点上差值大。乙醇中(水)：加入新制的 CaO 吸收大部分水再蒸馏。
3. 过滤法：溶与不溶。
4. 升华法： $\text{SiO}_2(\text{I}_2)$ 。
5. 萃取法：如用 CCl_4 来萃取 I_2 水中的 I_2 。
6. 溶解法： Fe 粉(Al 粉)：溶解在过量的 NaOH 溶液里过滤分离。
7. 增加法：把杂质转化成所需要的物质： $\text{CO}_2(\text{CO})$ ：通过热的 CuO ； $\text{CO}_2(\text{SO}_2)$ ：通过 NaHCO_3 溶液。
8. 吸收法：除去混合气体中的气体杂质，气体杂质必须被药品吸收： $\text{N}_2(\text{O}_2)$ ：将混合气体通过铜网吸收 O_2 。
9. 转化法：两种物质难以直接分离，加药品变得容易分离，然后再还原回去： $\text{Al}(\text{OH})_3$ ， $\text{Fe}(\text{OH})_3$ ：先加 NaOH 溶液把 $\text{Al}(\text{OH})_3$ 溶解，过滤，除去 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ ，再加酸让 NaAlO_2 转化成 $\text{Al}(\text{OH})_3$ 。

五.常用的去除杂质的方法 10 种

1. 杂质转化法：欲除去苯中的苯酚，可加入氢氧化钠，使苯酚转化为酚钠，利用酚钠易溶于水，使之与苯分开。欲除去 Na_2CO_3 中的 NaHCO_3 可用加热的方法。
2. 吸收洗涤法：欲除去二氧化碳中混有的少量氯化氢和水，可使混合气体先通过饱和碳酸氢钠的溶液后，再通过浓硫酸。
3. 沉淀过滤法：欲除去硫酸亚铁溶液中混有的少量硫酸铜，加入过量铁粉，待充分反应后，过滤除去不溶物，达到目的。
4. 加热升华法：欲除去碘中的沙子，可用此法。
5. 溶剂萃取法：欲除去水中含有的少量溴，

可用此法。

6. 溶液结晶法(结晶和重结晶):欲除去硝酸钠溶液中少量的氯化钠,可利用二者的溶解度不同,降低溶液温度,使硝酸钠结晶析出,得到硝酸钠纯品。
7. 分馏蒸馏法:欲除去乙醚中少量的酒精,可采用多次蒸馏的方法。
8. 分液法:欲将密度不同且又互不相溶的液体混合物分离,可采用此法,如将苯和水分离。
9. 渗析法:欲除去胶体中的离子,可采用此法。如除去氢氧化铁胶体中的氯离子。
10. 综合法:欲除去某物质中的杂质,可采用以上各种方法或多种方法综合运用。

六.化学实验基本操作中的“不” 15 例

1. 实验室里的药品,不能用手接触;不要鼻子凑到容器口去闻气体的气味,更不能尝结晶的味道。
2. 做完实验,用剩的药品不得抛弃,也不要放回原瓶(活泼金属钠、钾等例外)。
3. 取用液体药品时,把瓶塞打开不要正放在桌面上;瓶上的标签应向着手心,不应向下;放回原处时标签不应向里。
4. 如果皮肤上不慎洒上浓 H_2SO_4 , 不得先用水洗,应根据情况迅速用布擦去,再用水冲洗;若眼睛里溅进了酸或碱,切不可用手揉眼,应及时想办法处理。
5. 称量药品时,不能把称量物直接放在托盘上;也不能把称量物放在右盘上;加法码时不要用手去拿。
6. 用滴管添加液体时,不要把滴管伸入量筒(试管)或接触筒壁(试管壁)。
7. 向酒精灯里添加酒精时,不得超过酒精灯容积的 $\frac{2}{3}$, 也不得少于容积的 $\frac{1}{3}$ 。
8. 不得用燃着的酒精灯去对点另一只酒精灯;熄灭时不得用嘴去吹。
9. 给物质加热时不得用酒精灯的内焰和焰心。
10. 给试管加热时,不要把拇指按在短柄上;切不可使试管口对着自己或旁人;液体的体积一般不要超过试管容积的 $\frac{1}{3}$ 。
11. 给烧瓶加热时不要忘了垫上石棉网。
12. 用坩埚或蒸发皿加热完后,不要直接用手拿回,应用坩埚钳夹取。
13. 使用玻璃容器加热时,不要使玻璃容器的底部跟灯芯接触,以免容器破裂。烧得很热的玻璃容器,不要用冷水冲洗或放在桌面上,以免破裂。
14. 过滤液体时,漏斗里的液体的液面不要高于滤纸的边缘,以免杂质进入滤液。
15. 在烧瓶口塞橡皮塞时,切不可把烧瓶放在桌上再使劲塞进塞子,以免压破烧瓶。

七.化学实验中的先与后 22 例

1. 加热试管时,应先均匀加热后局部加热。
2. 用排水法收集气体时,先拿出导管后撤酒精灯。
3. 制取气体时,先检验气密性后装药品。
4. 收集气体时,先排净装置中的空气后再收集。
5. 稀释浓硫酸时,烧杯中先装一定量蒸馏水后再沿器壁缓慢注入浓硫酸。
6. 点燃 H_2 、 CH_4 、 C_2H_4 、 C_2H_2 等可燃气体时,先检验纯度再点燃。
7. 检验卤化烃分子的卤元素时,在水解后的溶液中先加稀 HNO_3 再加 AgNO_3 溶液。
8. 检验 NH_3 (用红色石蕊试纸)、 Cl_2 (用淀粉 KI 试纸)、 H_2S [用 $\text{Pb}(\text{Ac})_2$ 试纸]等气体时,先用蒸馏水润湿试纸后再与气体接触。
9. 做固体药品之间的反应实验时,先单独研碎后再混合。
10. 配制 FeCl_3 、 SnCl_2 等易水解的盐溶液时,先溶于少量浓盐酸中,再稀释。
11. 中和滴定实验时,用蒸馏水洗过的滴定管先用标准液润洗后再装标准液;先用待测液润洗后再移取液体;滴定管读数时先等一二分钟后再读数;观察锥形瓶中溶液颜色的改变时,先等半分钟颜色不变后即判定为滴定终点。

12. 焰色反应实验时，每做一次，铂丝应先沾上稀盐酸放在火焰上灼烧到无色时，再做下一次实验。

13. 用 H_2 还原 CuO 时，先通 H_2 流，后加热 CuO ，反应完毕后先撤酒精灯，冷却后再停止通 H_2 。

14. 配制物质的量浓度溶液时，先用烧杯加蒸馏水至容量瓶刻度线 $1cm \sim 2cm$ 后，再改用胶头滴管加水至刻度线。

15. 安装发生装置时，遵循的原则是：自下而上，先左后右或先下后上，先左后右。

16. 浓 H_2SO_4 不慎洒到皮肤上，先迅速用布擦干，再用水冲洗，最后再涂上 $3\% \sim 5\%$ 的 $NaHCO_3$ 溶液。沾上其他酸时，先水洗，后涂 $NaHCO_3$ 溶液。

17. 碱液沾到皮肤上，先水洗后涂硼酸溶液。

18. 酸(或碱)流到桌子上，先加 $NaHCO_3$ 溶液(或醋酸)中和，再水洗，最后用布擦。

19. 检验蔗糖、淀粉、纤维素是否水解时，先在水解后的溶液中加入 $NaOH$ 溶液中和 H_2SO_4 ，再加银氨溶液或 $Cu(OH)_2$ 悬浊液。

20. 用 pH 试纸时，先用玻璃棒沾取待测溶液涂到试纸上，再把试纸的颜色跟标准比色卡对比，定出 pH。

21. 配制和保存 Fe^{2+} 、 Sn^{2+} 等易水解、易被空气氧化的盐溶液时：先把蒸馏水煮沸赶走 O_2 ，再溶解，并加入少量的相应金属粉末和相应酸。

22. 称量药品时，先在盘上各放二张大小，重量相等的纸(腐蚀药品放在烧杯等玻璃器皿)，再放药品。加热后的药品，先冷却，后称量。

八. 实验中导管和漏斗的位置的放置方法

在许多化学实验中都要用到导管和漏斗，因此，它们在实验装置中的位置正确与否均直接影响到实验的效果，而且在不同的实验中具体要求也不尽相同。下面拟结合实验和化学课本中的实验图，作一简要的分析和归纳。

1. 气体发生装置中的导管：在容器内的部分都只能露出橡皮塞少许或与其平行，不然将不利于排气。

2. 用排空气法(包括向上和向下)收集气体时，导管都必须伸到集气瓶或试管的底部附近。这样利于排尽集气瓶或试管内的空气，而收集到较纯净的气体。

3. 用排水法收集气体时，导管只需要伸到集气瓶或试管的口部。原因是“导管伸入集气瓶和试管的多少都不影响气体的收集”，但两者比较，前者操作方便。

4. 进行气体与溶液反应的实验时，导管应伸到所盛溶液容器的中下部。这样利于两者接触，充分反应。

5. 点燃 H_2 、 CH_4 等并证明有水生成时，不仅要用大而冷的烧杯，而且导管以伸入烧杯的 $1/3$ 为宜。若导管伸入烧杯过多，产生的雾滴则会很快气化，结果观察不到水滴。

6. 进行一种气体在另一种气体中燃烧的实验时，被点燃的气体的导管应放在盛有另一种气体的集气瓶的中央。不然，若与瓶壁相碰或离得太近，燃烧产生的高温会使集气瓶炸裂。

7. 用加热法制得的物质蒸气，在试管中冷凝并收集时，导管口都必须与试管中液体的液面始终保持一定的距离，以防止液体经导管倒吸到反应器中。

8. 若需将 HCl 、 NH_3 等易溶于水的气体直接通入水中溶解，都必须在导管上倒接一漏斗并使漏斗边沿稍许浸入水面，以避免水被吸入反应器而导致实验失败。

9. 洗气瓶中供进气的导管务必插到所盛溶液的中下部，以利杂质气体与溶液充分反应而除尽。供出气的导管则又务必与塞子齐平或稍长一点，以利排气。

10. 制 H_2 、 CO_2 、 H_2S 和 C_2H_2 等气体时，为方便添加酸液或水，可在容器的塞子上装一长颈漏斗，且务必使漏斗颈插到液面以下，以免漏气。

11. 制 Cl_2 、 HCl 、 C_2H_4 气体时，为方便添加酸液，也可以在反应器的塞子上装一漏斗。但由

于这些反应都需要加热，所以漏斗颈都必须置于反应液之上，因而都选用分液漏斗。

九.特殊试剂的存放和取用 10 例

1. Na、K：隔绝空气；防氧化，保存在煤油中(或液态烷烃中)，(Li 用石蜡密封保存)。用镊子取，玻片上切，滤纸吸煤油，剩余部分随即放入煤油中。
2. 白磷：保存在水中，防氧化，放冷暗处。镊子取，并立即放入水中用长柄小刀切取，滤纸吸干水分。
3. 液 Br_2 ：有毒易挥发，盛于磨口的细口瓶中，并用水封。瓶盖严密。
4. I_2 ：易升华，且具有强烈刺激性气味，应保存在用蜡封好的瓶中，放置低温处。
5. 浓 HNO_3 ， AgNO_3 ：见光易分解，应保存在棕色瓶中，放在低温避光处。
6. 固体烧碱：易潮解，应用易于密封的干燥大口瓶保存。瓶口用橡胶塞塞严或用塑料盖盖紧。
7. $\text{NH}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ ：易挥发，应密封放低温处。
8. C_6H_6 、 $\text{C}_6\text{H}_5\text{—CH}_3$ 、 $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ 、 $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OCH}_2\text{CH}_3$ ：易挥发、易燃，应密封存放低温处，并远离火源。
9. Fe^{2+} 盐溶液、 H_2SO_3 及其盐溶液、氢硫酸及其盐溶液：因易被空气氧化，不宜长期放置，应现用现配。
10. 卤水、石灰水、银氨溶液、 $\text{Cu}(\text{OH})_2$ 悬浊液等，都要随配随用，不能长时间放置。

十.中学化学中与“0”有关的实验问题 4 例

1. 滴定管最上面的刻度是 0。
2. 量筒最下面的刻度是 0。
3. 温度计中间刻度是 0。
4. 托盘天平的标尺中央数值是 0。

十一.能够做喷泉实验的气体

NH_3 、 HCl 、 HBr 、 HI 等极易溶于水的气体均可做喷泉实验。其它气体若能极易溶于某液体中时(如 CO_2 易溶于烧碱溶液中)，亦可做喷泉实验。

十二.主要实验操作和实验现象的具体实验 80 例

1. 镁条在空气中燃烧：发出耀眼强光，放出大量的热，生成白烟同时生成一种白色物质。
2. 木炭在氧气中燃烧：发出白光，放出热量。
3. 硫在氧气中燃烧：发出明亮的蓝紫色火焰，放出热量，生成一种有刺激性气味的气体。
4. 铁丝在氧气中燃烧：剧烈燃烧，火星四射，放出热量，生成黑色固体物质。
5. 加热试管中碳酸氢铵：有刺激性气味气体生成，试管上有液滴生成。
6. 氢气在空气中燃烧：火焰呈现淡蓝色。
7. 氢气在氯气中燃烧：发出苍白色火焰，产生大量的热。
8. 在试管中用氢气还原氧化铜：黑色氧化铜变为红色物质，试管口有液滴生成。
9. 用木炭粉还原氧化铜粉末，使生成气体通入澄清石灰水，黑色氧化铜变为有光泽的金属颗粒，石灰水变浑浊。
10. 一氧化碳在空气中燃烧：发出蓝色的火焰，放出热量。
11. 向盛有少量碳酸钾固体的试管中滴加盐酸：有气体生成。
12. 加热试管中的硫酸铜晶体：蓝色晶体逐渐变为白色粉末，且试管口有液滴生成。
13. 钠在氯气中燃烧：剧烈燃烧，生成白色固体。
14. 点燃纯净的氯气，用干冷烧杯罩在火焰上：发出淡蓝色火焰，烧杯内壁有液滴生成。
15. 向含有 Cl^- 的溶液中滴加用硝酸酸化的硝酸银溶液，有白色沉淀生成。
16. 向含有 SO_4^{2-} 的溶液中滴加用硝酸酸化的氯化钡溶液，有白色沉淀生成。
17. 一带锈铁钉投入盛稀硫酸的试管中并加热：铁锈逐渐溶解，溶液呈浅黄色，并有气体生成。
18. 在硫酸铜溶液中滴加氢氧化钠溶液：有蓝色絮状沉淀生成。
19. 将 Cl_2 通入无色 KI 溶液中，溶液中有褐色的物质产生。

-
20. 在三氯化铁溶液中滴加氢氧化钠溶液：有红褐色沉淀生成。
21. 盛有生石灰的试管里加少量水：反应剧烈，发出大量热。
22. 将一洁净铁钉浸入硫酸铜溶液中：铁钉表面有红色物质附着，溶液颜色逐渐变浅。
23. 将铜片插入硝酸汞溶液中：铜片表面有银白色物质附着。
24. 向盛有石灰水的试管里，注入浓的碳酸钠溶液：有白色沉淀生成。
25. 细铜丝在氯气中燃烧后加入水：有棕色的烟生成，加水后生成绿色的溶液。
26. 强光照射氢气、氯气的混合气体：迅速反应发生爆炸。
27. 红磷在氯气中燃烧：有白色烟雾生成。 28. 氯气遇到湿的有色布条：有色布条的颜色退去。
29. 加热浓盐酸与二氧化锰的混合物：有黄绿色刺激性气味气体生成。
30. 给氯化钠(固)与硫酸(浓)的混合物加热：有雾生成且有刺激性的气味生成。
31. 在溴化钠溶液中滴加硝酸银溶液后再加稀硝酸：有浅黄色沉淀生成。
32. 在碘化钾溶液中滴加硝酸银溶液后再加稀硝酸：有黄色沉淀生成。
33. I_2 遇淀粉，生成蓝色溶液。 34. 细铜丝在硫蒸气中燃烧：细铜丝发红后生成黑色物质。
35. 铁粉与硫粉混合后加热到红热：反应继续进行，放出大量热，生成黑色物质。
36. 硫化氢气体不完全燃烧(在火焰上罩上蒸发皿)：火焰呈淡蓝色(蒸发皿底部有黄色的粉末)。
37. 硫化氢气体完全燃烧(在火焰上罩上干冷烧杯)：火焰呈淡蓝色，生成有刺激性气味的气体(烧杯内壁有液滴生成)。
38. 在集气瓶中混合硫化氢和二氧化硫：瓶内壁有黄色粉末生成。
39. 二氧化硫气体通入品红溶液后再加热：红色退去，加热后又恢复原来颜色。
40. 过量的铜投入盛有浓硫酸的试管，并加热，反应毕，待溶液冷却后加水：有刺激性气味的气体生成，加水后溶液呈天蓝色。
41. 加热盛有浓硫酸和木炭的试管：有气体生成，且气体有刺激性的气味。
42. 钠在空气中燃烧：火焰呈黄色，生成淡黄色物质。
43. 钠投入水中：反应激烈，钠浮于水面，放出大量的热使钠溶成小球在水面上游动，有“嗤嗤”声。
44. 把水滴入盛有过氧化钠固体的试管里，将带火星木条伸入试管口：木条复燃。
45. 加热碳酸氢钠固体，使生成气体通入澄清石灰水：澄清石灰水变浑浊。
46. 氨气与氯化氢相遇：有大量的白烟产生。
47. 加热氯化铵与氢氧化钙的混合物：有刺激性气味的气体产生。
48. 加热盛有固体氯化铵的试管：在试管口有白色晶体产生。
49. 无色试剂瓶内的浓硝酸受到阳光照射：瓶中空间部分显棕色，硝酸呈黄色。
50. 铜片与浓硝酸反应：反应激烈，有红棕色气体产生。
51. 铜片与稀硝酸反应：试管下端产生无色气体，气体上升逐渐变成红棕色。
52. 在硅酸钠溶液中加入稀盐酸，有白色胶状沉淀产生。
53. 在氢氧化铁胶体中加硫酸镁溶液：胶体变浑浊。 54. 加热氢氧化铁胶体：胶体变浑浊。
55. 将点燃的镁条伸入盛有二氧化碳的集气瓶中：剧烈燃烧，有黑色物质附着于集气瓶内壁。
56. 向硫酸铝溶液中滴加氨水：生成蓬松的白色絮状物质。
57. 向硫酸亚铁溶液中滴加氢氧化钠溶液：有白色絮状沉淀生成，立即转变为灰绿色，一会儿又转变为红褐色沉淀。

58. 向含 Fe^{3+} 的溶液中滴入 KSCN 溶液：溶液呈血红色。
59. 向硫化钠水溶液中滴加氯水：溶液变浑浊。 $\text{S}^{2-} + \text{Cl}_2 = 2\text{Cl}^- + \text{S} \downarrow$
60. 向天然水中加入少量肥皂液：泡沫逐渐减少，且有沉淀产生。
61. 在空气中点燃甲烷，并在火焰上放干冷烧杯：火焰呈淡蓝色，烧杯内壁有液滴产生。
62. 光照甲烷与氯气的混合气体：黄绿色逐渐变浅，时间较长，（容器内壁有液滴生成）。
63. 加热 (170°C) 乙醇与浓硫酸的混合物，并使产生的气体通入溴水，通入酸性高锰酸钾溶液：有气体产生，溴水褪色，紫色逐渐变浅。
64. 在空气中点燃乙烯：火焰明亮，有黑烟产生，放出热量。
65. 在空气中点燃乙炔：火焰明亮，有浓烟产生，放出热量。
66. 苯在空气中燃烧：火焰明亮，并带有黑烟。 67. 乙醇在空气中燃烧：火焰呈现淡蓝色。
68. 将乙炔通入溴水：溴水褪去颜色。 69. 将乙炔通入酸性高锰酸钾溶液：紫色逐渐变浅，直至褪去。
70. 苯与溴在有铁粉做催化剂的条件下反应：有白雾产生，生成物油状且带有褐色。
71. 将少量甲苯倒入适量的高锰酸钾溶液中，振荡：紫色褪色。
72. 将金属钠投入到盛有乙醇的试管中：有气体放出。
73. 在盛有少量苯酚的试管中滴入过量的浓溴水：有白色沉淀生成。
74. 在盛有苯酚的试管中滴入几滴三氯化铁溶液，振荡：溶液显紫色。
75. 乙醛与银氨溶液在试管中反应：洁净的试管内壁附着一层光亮如镜的物质。
76. 在加热至沸腾的情况下乙醛与新制的氢氧化铜反应：有红色沉淀生成。
77. 在适宜条件下乙醇和乙酸反应：有透明的带香味的油状液体生成。
78. 蛋白质遇到浓 HNO_3 溶液：变成黄色。 79. 紫色的石蕊试液遇碱：变成蓝色。
80. 无色酚酞试液遇碱：变成红色。

十三.有机实验的八项注意

有机实验是中学化学教学的重要内容，是高考会考的常考内容。对于有机实验的操作及复习必须注意以下八点内容。

1. 注意加热方式

有机实验往往需要加热，而不同的实验其加热方式可能不一样。

- (1)酒精灯加热。酒精灯的火焰温度一般在 $400\sim 500^\circ\text{C}$ ，所以需要温度不太高的实验都可用酒精灯加热。教材中用酒精灯加热的有机实验是：“乙烯的制备实验”、“乙酸乙酯的制取实验”“蒸馏石油实验”和“石蜡的催化裂化实验”。
- (2)酒精喷灯加热。酒精喷灯的火焰温度比酒精灯的火焰温度要高得多，所以需要较高温度的有机实验可采用酒精喷灯加热。教材中用酒精喷灯加热的有机实验是：“煤的干馏实验”。
- (3)水浴加热。水浴加热的温度不超过 100°C 。教材中用水浴加热的有机实验有：“银镜实验(包括醛类、糖类等的所有的银镜实验)”、“硝基苯的制取实验(水浴温度为 60°C)”、“酚醛树脂的制取实验(沸水浴)”、“乙酸乙酯的水解实验(水浴温度为 $70^\circ\text{C}\sim 80^\circ\text{C}$)”和“糖类(包括二糖、淀粉和纤维素等)水解实验(热水浴)”。
- (4)用温度计测温的有机实验有：“硝基苯的制取实验”、“乙酸乙酯的制取实验”(以上两个实验中的温度计水银球都是插在反应液外的水溶液中，测定水浴的温度)、“乙烯的实验室制取实验”(温度计水银球插入反应液中，测定反应液的温度)和“石油的蒸馏实验”(温度计水银球应插在具支烧瓶支管口处，测定馏出物的温度)。

2、注意催化剂的使用

- (1)硫酸做催化剂的实验有：“乙烯的制取实验”、“硝基苯的制取实验”、“乙酸乙酯

的制取实验”、“纤维素硝酸酯的制取实验”、“糖类（包括二糖、淀粉和纤维素）水解实验”和“乙酸乙酯的水解实验”。

其中前四个实验的催化剂为浓硫酸，后两个实验的催化剂为稀硫酸，其中最后一个实验也可以用氢氧化钠溶液做催化剂

(2)铁做催化剂的实验有：溴苯的制取实验（实际上起催化作用的是溴与铁反应后生成的溴化铁）。

(3)氧化铝做催化剂的实验有：石蜡的催化裂化实验。

3、注意反应物的量

有机实验要注意严格控制反应物的量及各反应物的比例，如“乙烯的制备实验”必须注意乙醇和浓硫酸的比例为1：3，且需要的量不要太多，否则反应物升温太慢，副反应较多，从而影响了乙烯的产率。

4、注意冷却

有机实验中的反应物和产物多为挥发性的有害物质，所以必须注意对挥发出的反应物和产物进行冷却。

(1)需要冷水（用冷凝管盛装）冷却的实验：“蒸馏水的制取实验”和“石油的蒸馏实验”。

(2)用空气冷却（用长玻璃管连接反应装置）的实验：“硝基苯的制取实验”、“酚醛树脂的制取实验”、“乙酸乙酯的制取实验”、“石蜡的催化裂化实验”和“溴苯的制取实验”。

这些实验需要冷却的目的是减少反应物或生成物的挥发，既保证了实验的顺利进行，又减少了这些挥发物对人的危害和对环境的污染。

5、注意除杂

有机物的实验往往副反应较多，导致产物中的杂质也多，为了保证产物的纯净，必须注意对产物进行净化除杂。如“乙烯的制备实验”中乙烯中常含有 CO_2 和 SO_2 等杂质气体，可将这种混合气体通入到浓碱液中除去酸性气体；再如“溴苯的制备实验”和“硝基苯的制备实验”，产物溴苯和硝基苯中分别含有溴和 NO_2 ，因此，产物可用浓碱液洗涤。

6、注意搅拌

注意不断搅拌也是有机实验的一个注意条件。如“浓硫酸使蔗糖脱水实验”（也称“黑面包”实验）（目的是使浓硫酸与蔗糖迅速混合，在短时间内急剧反应，以便反应放出的气体和大量的热使蔗糖炭化生成的炭等固体物质快速膨胀）、“乙烯制备实验”中醇酸混合液的配制。

7、注意使用沸石（防止暴沸）

需要使用沸石的有机实验：(1) 实验室中制取乙烯的实验；(2)石油蒸馏实验。

8、注意尾气的处理

有机实验中往往挥发或产生有害气体，因此必须对这种有害气体的尾气进行无害化处理。

(1)如甲烷、乙烯、乙炔的制取实验中可将可燃性的尾气燃烧掉；(2)“溴苯的制取实验”和“硝基苯的制备实验”中可用冷却的方法将有害挥发物回流。

十四.离子反应 离子共存 离子方程式

电解质在溶液里所起的反应，实质上就是离子之间的相互反应。离子间的反应是趋向于降低离子浓度的方向进行。离子反应通常用离子方程式来表示。理解掌握离子反应发生的条件和正确书写离子方程式是学好离子反应的关键。溶液中离子共存的问题，取决于离子之间是否发生化学反应，如离子间能反应，这些离子就不能大量共存于同一溶液中。

(一). 离子反应发生的条件

1. 离子反应生成微溶物或难溶物。

2. 离子反应生成气体。
3. 离子反应生成弱电解质。
4. 离子反应发生氧化还原反应。

根据化学反应类型，离子反应可分为两类，一是酸碱盐之间的复分解反应；二是氧化性离子与还原性离子间的氧化还原反应。离子反应还应注意：

1. 微溶物向难溶物转化，如用煮沸法软化暂时硬水

$\text{MgHCO}_3 = \text{MgCO}_3 + \text{CO}_2 \uparrow + \text{H}_2\text{O}$ MgCO_3 虽然难溶，但在溶液中溶解的哪部分是完全电离的，当 Mg^{2+} 遇到水溶液里的 OH^- 时会结合生成比 MgCO_3 溶解度更小的 $\text{Mg}(\text{OH})_2$ 而沉淀析出 $\text{MgCO}_3 + \text{H}_2\text{O} = \text{Mg}(\text{OH})_2 \downarrow + \text{CO}_2 \uparrow$

2. 生成络离子的反应：

FeCl_3 溶液与 KSCN 溶液的反应： $\text{Fe}^{3+} + \text{SCN}^- = \text{Fe}(\text{SCN})^{2+}$ 生成物既不是沉淀物也不是气体，为什么反应能发生呢？主要是生成了难电离的 $\text{Fe}(\text{SCN})^{2+}$ 络离子。

3. 优先发生氧化还原反应：

具有强氧化性的离子与强还原性的离子相遇时首先发生氧化还原反应。例如： Na_2S 溶液与 FeCl_3 溶液混合，生成 S 和 Fe^{2+} 离子，而不是发生双水解生成 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 沉淀和 H_2S 气体。 $2\text{Fe}^{3+} + \text{S}^{2-} = 2\text{Fe}^{2+} + \text{S} \downarrow$

总之：在水溶液里或在熔融状态下，离子间只要是能发生反应，总是向着降低离子浓度的方向进行。反之，离子反应不能发生。

(二)．离子反应的本质：反应体系中能够生成气、水（难电离的物质）、沉淀的离子参与反应，其余的成分实际上未参与反应。

(三)．离子反应方程式的类型

1. 复分解反应的离子方程式。
2. 氧化还原反应的离子方程式。
3. 盐类水解的离子方程式。
4. 络合反应的离子方程式。

掌握离子方程式的类型及特征，写好离子方程式，正确书写离子方程式是学生必须掌握的基本技能。

十五.盐类水解的应用规律

盐的离子跟水电离出来的氢离子或氢氧根离子生成弱电解质的反应，称为盐类的水解。

其一般规律是：谁弱谁水解，谁强显谁性；两强不水解，两弱更水解，越弱越水解。

那么在哪些情况下考虑盐的水解呢？

1. 分析判断盐溶液酸碱性时要考虑水解。
2. 确定盐溶液中的离子种类和浓度时要考虑盐的水解。

如 Na_2S 溶液中含有哪些离子，按浓度由大到小的顺序排列：

$\text{C}(\text{Na}^+) > \text{C}(\text{S}^{2-}) > \text{C}(\text{OH}^-) > \text{C}(\text{HS}^-) > \text{C}(\text{H}^+)$

或： $\text{C}(\text{Na}^+) + \text{C}(\text{H}^+) = 2\text{C}(\text{S}^{2-}) + \text{C}(\text{HS}^-) + \text{C}(\text{OH}^-)$

3. 配制某些盐溶液时要考虑盐的水解

如配制 FeCl_3 , SnCl_4 , Na_2SiO_3 等盐溶液时应分别将其溶解在相应的酸或碱溶液中。

4. 制备某些盐时要考虑水解 Al_2S_3 , MgS , Mg_3N_2 等物质极易与水作用，它们在溶液中不能稳定存在，所以制取这些物质时，不能用复分解反应的方法在溶液中制取，而只能用干法制备。

5. 某些活泼金属与强酸弱碱溶液反应，要考虑水解

如 Mg , Al , Zn 等活泼金属与 NH_4Cl , CuSO_4 , AlCl_3 等溶液反应。 $3\text{Mg} + 2\text{AlCl}_3 + 6\text{H}_2\text{O} = 3\text{MgCl}_2 + 2\text{Al}(\text{OH})_3 \downarrow + 3\text{H}_2 \uparrow$

6. 判断中和滴定终点时溶液酸碱性，选择指示剂以及当 $\text{pH}=7$ 时酸或碱过量的判断等问题时，应考虑到盐的水解。如 CH_3COOH 与 NaOH 刚好反应时 $\text{pH}>7$ ，若二者反应后溶液 $\text{pH}=7$ ，则 CH_3COOH 过量。指示剂选择的总原则是，所选择指示剂的变色范围应该与滴定后所得盐溶液的 pH 值范

围相一致。即强酸与弱碱互滴时应选择甲基橙；弱酸与强碱互滴时应选择酚酞。

7. 制备氢氧化铁胶体时要考虑水解. $\text{FeCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O} = \text{Fe}(\text{OH})_3(\text{胶体}) + 3\text{HCl}$

8. 分析盐与盐反应时要考虑水解. 两种盐溶液反应时应分三个步骤分析考虑：

(1) 能否发生氧化还原反应；(2) 能否发生双水解互促反应；

(3) 以上两反应均不发生, 则考虑能否发生复分解反应.

9. 加热蒸发和浓缩盐溶液时, 对最后残留物的判断应考虑盐类的水解

(1) 加热浓缩不水解的盐溶液时一般得原物质.

(2) 加热浓缩 Na_2CO_3 型的盐溶液一般得原物质.

(3) 加热浓缩 FeCl_3 型的盐溶液, 最后得到 FeCl_3 和 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 的混合物, 灼烧得 Fe_2O_3 。

(4) 加热蒸干 $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ 或 NH_4HCO_3 型的盐溶液时, 得不到固体.

(5) 加热蒸干 $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$ 型的盐溶液时, 最后得相应的正盐.

(6) 加热 $\text{Mg}(\text{HCO}_3)_2$ 、 MgCO_3 溶液最后得到 $\text{Mg}(\text{OH})_2$ 固体.

10. 其它方面

(1) 净水剂的选择: 如 Al_3^+ , FeCl_3 等均可作净水剂, 应从水解的角度解释.

(2) 化肥的使用时应考虑水解. 如草木灰不能与铵态氮肥混合使用。

(3) 小苏打片可治疗胃酸过多。

(4) 纯碱液可洗涤油污。

(5) 磨口试剂瓶不能盛放 Na_2SiO_3 , Na_2CO_3 等试剂.

凡此种种, 不一而足。学习中要具体情况具体分析, 灵活应用之。

十六. 焰色反应全集

(一). 钠离子:

钠的焰色反应本应不难做, 但实际做起来最麻烦。因为钠的焰色为黄色, 而酒精灯的火焰因灯头灯芯不干净、酒精不纯而使火焰大多呈黄色。即使是近乎无色(浅淡蓝色)的火焰, 一根新的铁丝(或镍丝、铂丝)放在外焰上灼烧, 开始时火焰也是黄色的, 很难说明焰色是钠离子的还是原来酒精灯的焰色。要明显看到钠的黄色火焰, 可用如下方法。

(1) 方法一(镊子—棉花—酒精法): 用镊子取一小团棉花(脱脂棉, 下同)吸少许酒精(95%乙醇, 下同), 把棉花上的酒精挤干, 用该棉花沾一些氯化钠或无水碳酸钠粉末(研细), 点燃。

(2) 方法二(铁丝法): ①取一条细铁丝, 一端用砂纸擦净, 再在酒精灯外焰上灼烧至无黄色火焰, ②用该端铁丝沾一下水, 再沾一些氯化钠或无水碳酸钠粉末, ③点燃一盏新的酒精灯(灯头灯芯干净、酒精纯), ④把沾有钠盐粉末的铁丝放在外焰尖上灼烧, 这时外焰尖上有一个小的黄色火焰, 那就是钠焰。以上做法教师演示实验较易做到, 但学生实验因大多数酒精灯都不干净而很难看到焰尖, 可改为以下做法: 沾有钠盐的铁丝放在外焰中任一有蓝色火焰的部位灼烧, 黄色火焰覆盖蓝色火焰, 就可认为黄色火焰就是钠焰。

(二). 钾离子:

(1) 方法一(烧杯—酒精法):

取一小药匙无水碳酸钠粉末(充分研细)放在一倒置的小烧杯上, 滴加 5~6 滴酒精, 点燃, 可看到明显的浅紫色火焰, 如果隔一钴玻璃片观察, 则更明显看到紫色火焰。

(2) 方法二(蒸发皿—酒精法):

取一药匙无水碳酸钠粉末放在一个小发皿内, 加入 1 毫升酒精, 点燃, 燃烧时用玻棒不断搅动, 可看到紫色火焰, 透过钴玻璃片观察效果更好, 到酒精快烧完时现象更明显。

(3) 方法三(铁丝—棉花—水法):

取少许碳酸钠粉末放在一小蒸发皿内, 加一两滴水调成糊状; 再取一条小铁丝, 一端擦净, 弯一个小圈, 圈内夹一小团棉花, 棉花沾一点水, 又把水挤干, 把棉花沾满上述糊状碳酸钠,

放在酒精灯外焰上灼烧，透过钴玻璃片可看到明显的紫色火焰。

(4)方法四（铁丝法）：

同钠的方法二中的学生实验方法。该法效果不如方法一、二、三，但接近课本的做法。

观察钾的焰色时，室内光线不要太强，否则浅紫色的钾焰不明显。

(三). 锂离子：

(1)方法一（镊子-棉花-酒精法）：

用镊子取一团棉花，吸饱酒精，又把酒精挤干，把棉花沾满 Li_2CO_3 粉末，点燃。

(2)方法二（铁丝法）：跟钠的方法二相同。

(四). 钙离子：

(1)方法一（镊子-棉花-酒精法）：同钠的方法一。

(2)方法二（烧杯-酒精法）：

取一药匙研细的无水氯化钙粉末（要吸少量水，如果的确一点水也没有，则让其在空气吸一会儿潮）放在倒置的小烧杯上，滴加 7~8 滴酒精，点燃。(3)方法三（药匙法）：用不锈钢药匙盛少许无水氯化钙（同上）放在酒精灯外焰上灼烧。

(五). 锶离子：

方法一、二：同碳酸锂的方法一、二。

(六). 钡离子：

(1)方法一（铁丝-棉花-水法）：

取少量研细的氯化钡粉末放在一小蒸发皿内，加入一两滴水调成糊状，取一小铁丝，一端用砂纸擦净，弯一个小圈，圈内夹一小团棉花，棉花吸饱水后又挤干，把这棉花沾满上述糊状氯化钡，放在酒精灯火焰下部的火焰上灼烧，可看到明显的黄绿色钡焰。

(2)方法二（棉花-水-烧杯法）：跟方法一类似，把一小团棉花沾水后挤干，沾满糊状氯化钡，放在一倒置的烧杯上，滴加七八滴酒精，点燃。可与棉花+酒精燃烧比较。

(七). 铜离子：

(1)方法一（铁丝-棉花-水法）：同钡离子的方法一相同。

(2)方法二（镊子-棉花-酒精法）：同钠离子方法。

(3)方法三（烧杯-酒精法）：同钾离子的方法一。

(4)方法四（药匙法）：同钙离子的方法三。

焰色反应现象要明显，火焰焰色要象彗星尾巴才看得清楚，有的盐的焰色反应之所以盐要加少量水溶解，是为了灼烧时离子随着水分的蒸发而挥发成彗星尾巴状，现象明显；而有的离子灼烧时较易挥发成彗星尾巴状，就不用加水溶解了。

十七. “五”同辨析

1. 同位素 具有相同质子数和不同中子数的同一元素的不同原子. 如氢有 3 种同位素: H、D、T。

2. 同素异形体(又称同素异性体) 由同种元素组成性质不同的单质, 互称同素异形体. 如金刚石与石墨、 C_{60} ，白磷与红磷， O_2 与 O_3 ，正交硫与单斜硫。

3. 同分异构体 具有相同的分子组成而结构不同的一系列化合物互称同分异构体. 同分异构体的种类通常有碳链异构、位置异构、跨类异构(又称官能团异构)、几何异构(又称顺反异构)。

※ 你能说出中学阶段的几种跨类异构吗？

4. 同系物 结构相似分子组成上相差一个或若干个 CH_2 原子团的一系列化合物互称同系物。

※ 请总结出两种化合物互称同系物应具备的最基本条件。

5. 同量物 通常是指分子量相同的不同物质。

如 CO_2 与 HCHO H_2SO_4 与 H_3PO_4 ， NO 与 C_2H_6 。十八. 化学史知识 1、燃烧规律：凡是除了

F, Cl, Br, I, O, N 这六种活泼非金属元素的单质及其负价元素的化合物（ NH_3 除外）不能燃烧外，其他非惰性的非金属元素的单质及其化合物都能燃烧，且燃烧的火焰颜色与对应单质燃烧的火焰颜色相同或者相似。

2、气味规律：a、凡是可溶于水或者可跟水反应的气体都具有刺激性难闻气味；如卤化氢

b、凡是有很强的还原性而又溶于水或者能跟水起反应的气体都具有特别难闻的刺激性气味。

如 H_2S

3、等效平衡的两个推论：

a、定温和定容时，在容积不同的容器进行的同一个可逆反应，若满足初始时两容器加入的物质的数量之比等于容器的体积比，则建立的平衡等效。

b、在定温、定容且容积相同的两个容器内进行的同一个可逆的反应，若满足初始时两容器加入的物质的数量成一定的倍数，则数量多的容器内的平衡状态相当于对数量少的容器加压！

4、离子化合物在常态下都呈固态。

5、一般正 5 价以上的共价化合物（非水化物）在常态下是固态！如： P_2O_5 , SO_3



状元榜